



T. 082



مَثَلَاتُ  
مُسْتَوِيَةٍ

مؤلف  
محمد طاهر میر لواء



بغداد مکتب اعدای او و همچنین سی طایفه  
بنی زینب که بی طایفه جدیدی عرسه  
و افاده دهند -

م م  
م



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

حمد و سپاس بی حد و ثنای لایعد اول موجد تمام  
جیب وجود انسانی و حاکم قاطع قرنی حضرت لرینه اخضر و شایانکه  
خط ناس قامت مکنوناتی تقویمده ترسیم و سهم معیشت  
خلوقاتی نخن قسمنامه تقسیم بیور مشد ر و صلوات بی نهایت  
و تسلیمات بلاغایه اول ذات ناظم شریعت و مرکز دایره حقیقت  
و محیط سطح معرفت و سبب ایجاد افلاک و طبیعت افد ر حضرت لرینکه  
زاویه جنان و عتبه غبطه فرمای عرش الرحمان و حدیقه روضه  
مطاف قدسیا لرینه احرار رکه وجود معجزات الود لری حقه لیا  
و اشدر و ترشیه و تعظیمات اء ال اضلاع اربعه قصردین یعنی جناب جبار کریم

وال واصحاب و تابعین حضرتانہ سرادر کہ توسیع دائر  
 دین حبیب یزدانده ترفیع بینان سرایت غزا و کشف پنج سہ  
 بجایا بمثل در بعد از احسنات تنسیفات عساکر حضرت  
 شہنشاہی ثارندن اولہ رق ناسیس و بنیاد بیورلمش اولان  
 مکاتب عسکریہ نک بدایت تشکیلندہ ہند سہ حواجہ  
 نصب بیوریلان بومستغرق نعم شہنشاہی میرلوا احمد طاهر  
 قولری من غیر لیاقہ نائل و مظہر اولدیغ الطاف پربرکاتک  
 ادای تشکر و محمد تندرہ قصور بند کاندہ درکار  
 ایسہ دہ علی الوسع و الطاقة بذل مقدرت برلہ  
 مقدم مہند سخانہ برتہ ہمایون جابندن امکلتہ یہ مامہ  
 بیورلدیغ اجلدن اولطرفدہ اولان شیعہ تحصیلدت  
 برنمرہ اولمق اوزرہ اول مجدد قوانین دولت و وفق مثلث  
 مشکوک پادشاہ عدالت سیرت السلطان ابن السلطان  
 و الخاقان ابن الخاقان السلطان عبدالرزخان ابن السلطان  
 الغازی محمود خان ابن السلطان الغازی عبدالحمید خان ابد  
 اللہ ملکہ و سلطنہ الی اخر الزمان افند مر حضرتلرینک سایہ  
 احسانوایہ جنا شاہان لرنندہ شیعہ مطبوعہ سی رسیدہ ختام اولد و بوی  
 دخی ایکنجی دفعہ سی اولمق اوزرہ مثلثات مستویہ وجیب جد و لرینک قواعد  
 جبرہ تطبیقا طریق استیج و استعمالنہ دائر اولان اشبور سالہ مختصر  
 انکلیہ لسانند لسا ترکیہ ترجمہ و تنقیح برلہ مثلثات جبرہ نامیلہ نویسم و قاجار



تقسیم و هر بر مقاله چند ماده او زینیه ترتیب و تقسیم و محله  
نظر بعضی امثله مقتضیه دخی ایراد اولنشد ر لکن هر بر علمک  
مقدمه سی وحدود و تقریفات و فوائد مهمه سازه سی قیدی  
ایجابندن ایسه ده انجی رساله مذکوره منتهی اولان طالبینه  
مخصوص و مقتضی اولان مقدمه و موضوعات لازمه کتب  
سازنه هندسیه ده مسطورا و لمغله بو محله تکرار سرد و بیجا  
حاصلی تحصیل قیلندن اولدیغدن اطنابدن اجتناب قلنه  
نیم نظر حضرت تاجدار ییورلق امنیه سیله مع المقصیر  
برداشته دست ضراعت

قلنشد ر و





علم مثلثات مستویہ دن خطوط وزوایانک ارانہ سی وزوایانک  
تقسیماتی شامل مقالہ در

(۱) امتداد خطوط یکیات جبریہ ایله ارانہ اولنہ بیلوب  
شویله کہ برخطی مساحہ ایتمک بعد واحد فرض اولنان بر قیلاج  
یا خود بر پرمنی حاوی ولد یعنی عددی استخراج ایتمکدن عبارت  
اولہ رق برخطک بعدی ۳۰ پرمنی ولد قدہ خط مرقوم بعد واحد  
فرض اولنان بر پرمنی او توزد فعه بتمامہ عداید روکذا برخط  
مستقیمک بعدی ۳۰ اولد قدہ خط مذکور بعد واحدی ۳۰  
کرہ بتمامہ عداید تشر اولور

(۲) برخط ثابتدن برجهتہ خط ثابت مذکورہ عمودا رسم  
اولنان خطوط یکیات مثبته ایله ارانہ اولنسنہ ینہ خط  
ثابت مرقومہ عمودا مقابلی جهتہ رسم اولنان خطوط یکیات  
منفیہ ایله ارانہ اولنور مثلاً م ۳۰ خط مستقیمہ م نقطہ سنند

م خط ثابتك طرف بمينه طوغرى مساحه اولنقى اوزره برخط  
اخرى منى مراد اولنسه م ب خطى و نقطه سنه دكين بروجه له  
اخراج اولنه كه ب و خطى منى مطلوب اولان خطه مساوى  
اوله وينه م ب خطدن برخط اخرى طرحى مراد اولنسه م ب  
خطدن خط مفروضه مساوى ب و خطى قطع اولندقه م و  
خطى باقى قالمغين بوندن ظاهر اولوركيم م ب و ب و =  
و ب = ب و فرض ايله م ب و ب = م ب اولمغين م ب =  
م ب - ب - ب = ب - ب اولوب مطلوب حاصل اولور اكر  
ب خطى ب خطدن اعظم اولسه ب نقطه سى م  
نقطه سنك جانب يسارنده واقع اولمغين م ب = ب - ب =  
- (ب - ب) اوله رق كميت منفى اولوب ب خطيله ب  
خطنك تفاضلنه مساوى اوله رق م ب خطنك طرف يساره  
واقع اولمش اولور بو تقديرجه اكر برخط مستقيم بر كميت  
منفى ايله ارئه اولنسه خط مذكور م ب خطنك بر جهته  
مساحه اولندرق كميات مثبتة ايله ارئه اولنان خطوطه  
بالعكس مساحه اولنمش اولور

(۳) هر قنق قه م ده و م م خطین مستقیمینی بر برینی عمودا  
م نقطه سند قطع ایله ایکی طرفلرینه کیف ما انقواخر اجلد  
فرضا و لنسه اشبو خطین مذکورینه ماس اولان سطح  
اوزرنده هر قنق قه م نقطه سند موضعیینه اول نقطه دن

و م م م خطی اوزرینه نازل اولان م م و عمود لرینک  
 قیملری معلوم اوله رق تحصیل اولنه بیلدیکدن اشجو  
 م م م و خط لرینه یا خود انلرک مساوی لری اولان و م م م  
 خط مستقیم لرندن اولکیسنه م نقطه سنک ترتیبی  
 شمییه اولنوب وایکجیسنه فصله سی اطلاق اولنه رق م م  
 م م محورین قائمیننه ارجاع اولنمش دینلور بو تقدیر جه  
 م م م محوری اوزرنده مساحه اولنان فصله لردن م م  
 محورینک طرف ییمینده بولنانلر مثبت و طرف یسارنده  
 بولنانلر منفی اوله رق م م م محوری اوزرنده مساحه اولنا  
 ترتیب لردن م م م محورینک فوقنده واقع اولنلرک کذلک  
 مثبت تختنه واقع اولنلر منفی و لمش اولور شویله که م  
 نقطه سی م م م بینده واقع اولمغین م م فصله سی م م م  
 محوری اوزرنده مساحه اولنوب م م م خطنک طرف ییمینده  
 بولنه رق مثبت و م م ترتیبی دخی م م م محوری اوزرنده  
 م م م خطنک فوقنده بولند یغندن مثبت اولور و اگر نقطه  
 مفروضه م نقطه اولسه م م فصله سی م م م محوری  
 اوزرنده اولوب م م م محورینک طرف یسارنده بولنمغین  
 منفی م م ترتیبی م م م محوری اوزرنده م م م محورینک  
 فوقنده بولند یغندن مثبت اولور و بولمغین اثبات اولنور که  
 م م نقطه لرینک م م م محوری اوزرنده مساحه اولنان

(۱) اگر بر خط مستقیم بر نهایی ثابت فرض اولنوب —  
بر سطح مستوی اوزنده حرکت ایدرك بر موضع معیندن  
مثلاً م موضعندن م و موضع اخرینه دوران ایلسه  
اشبو م و خطنك م خطنه اولان میلنه زاویه شمیسه  
اولنه رق م و حرف لیه افاده اولنوب حروفات مذکوره نك  
اولنه زاویه کله سنه دلالت ایدیجی اشبو علامت وضع  
اولنور و وسطده واقع اولان حرف دانا خطین مرقومینك  
بر برینی قطع ایلدیکی نقطه ده بولنه رق بو منوال اوزره م و  
خطنك حرکتدن زوایای مختلفه حادث اوله یلور

(۵) اگر م و خطی بک خطك م مت قسمينه مساوات اوزره مائل اولسه ، م مت زاويه لرندن هر بيرنه زاويه قائمه دینلور

(۶) اگر برزایو یہ قائمہ دن اعظم اولو را یسہ منفرجہ  
واصفرا اولو را یسہ حادہ د سنلور

(۷) م و خطی م ب خطدن بدأ ایله برجهته حرکتدن حاصل اولان ب م و زاویه سی مثبت فرض اولسه خط مفروضه کینه م ب خطدن بدأ ایله بالعکس حرکتدن حاصل اولان زاویه یه

منفی اطلاق اول نور شویله که  $\bar{b} \bar{m}$  و (شکل ماده) زاویه سنه  
 برزایه اخرك ضعی مراد اولسه  $\bar{m}$  خطی زاویه مفروضه به  
 مساوی  $\bar{m}$  زاویه سنی احداث ایدنجیه دکن  $\bar{b}$  و  $\bar{d}$   
 جهته حرکت ایند کده هم  $\bar{b}$  زاویه سی حاصل اولغین زوئین  
 مذکورین مجموعه مساوی اولور وینه  $\bar{b} \bar{m}$  زاویه سنه  
 برزایه دیگرک طرحی مراد اولسه  $\bar{m}$  خطی زاویه مفروضه به  
 مساوی زاویه رسم ایدنجیه دکن بالعکس حرکت ایدوب  $\bar{m}$   
 موضعنه واصل اوله رق  $\bar{d} \bar{m} \bar{h} + \bar{h} \bar{m} \bar{b} = \bar{b} \bar{m} \bar{d}$   
 اولغین  $\bar{h} \bar{m} \bar{b} = \bar{b} \bar{m} \bar{d} - \bar{d} \bar{m} \bar{h}$  اولور

شکل

اگر  $\bar{d} \bar{m} \bar{h}$  زاویه سی  $\bar{b} \bar{m} \bar{d}$  زاویه سندن اعظم اولسه  
 $\bar{h} \bar{m} \bar{b}$  خطی  $\bar{b} \bar{m}$  خطنک تخنده واقع اولغین  $\bar{h} \bar{m} \bar{b} = \bar{b} \bar{m} \bar{d} - \bar{d} \bar{m} \bar{h}$   
 $\bar{d} \bar{m} \bar{h} = - (\bar{d} \bar{m} \bar{h} - \bar{b} \bar{m} \bar{d})$  برکت منفی اوله رق  
 مقدار جهتیه  $\bar{d} \bar{m} \bar{h}$  زاویه سیله  $\bar{b} \bar{m} \bar{d}$  زاویه سنک  
 تفاضلنه مساوی اولوب  $\bar{b} \bar{m} \bar{d}$  خطنک تخنده بولنه رق ظاهر  
 اولور که هر ایکی خط مستقیم بربرینی بر نقطه ده قطع ایدرک  
 اشبو خطیندن بری ثابت اوله رق دیگر اشبو خط ثابت  
 بر جانبته طوغری دورایله حادث اولان زاویه مثبت فرض  
 اولسه مقابلی جانبته طوغری دورایله حادث اولان زاویه  
 منفی اولمش اولور

(۸) انگلره لو برزایه قائمه ی متساویتا ۹۰ قسمه تقسیم

ایله هر برینه درجه و هر بردرجه بی متساویتا ۶۰ جزئه تقسیم  
 ایله هر برینه دقیقه و هر بردقیقه بی کذلک ۶۰ قسمه تقسیم  
 ایله هر برینه ثانیه تسمیه ایدرک برزاویه نك مقدار بنی حاوی  
 اولدیغی درجه دقیقه و ثانیه ایله افاده ایدوب و اگر ثانیه دن  
 اقل کسرا و لورایسه ثانیه نك اعشاریله افاده ایدرک اشبو  
 ۳۶۰ ۵۰ ۴۰ وجهله تحریرا یتمک اوزره ۲۰ درجه ۵۰  
 دقیقه ۳۶ ثانیه و بر ثانیه نك اون جزئنده یدی جزئی حاوی

### برزاویه نك مقداری تغییر ایدرک

(۹) فرا بنجه لوبر راویه قائمه بی متساویتا ۱۰۰ قسمه تقسیم ایله  
 هر برینه غراد تسمیه ایدرک و هر برغراد ی بنه متساویتا ۱۰۰  
 جزئه تقسیم ایله هر برینه دقیقه و هر بردقیقه بی کذلک متساویتا  
 ۱۰۰ قسمه تقسیم ایله هر برینه ثانیه و هکذا تسمیه ایتشلر در وقتا  
 مذکوره بو وجهله ۳۶۰ ۳۰ ۲۰ ۱۰ تحریرا و لوب یکر می  
 الی غراد یکر می درت دقیقه او توزایکی ثانیه و بر ثانیه نك یون جزئنه  
 قرق یدی جزئی دیو تغییر اولنور قالدیکه ۳۶۰ ۳۰ ۲۰ ۱۰ مقدارک  
 اعشاره تحویلی  $\frac{1}{10} = \frac{1}{100} = \frac{1}{1000} = \dots$

اولدیغندن ۳۶۰ ۳۰ ۲۰ ۱۰ ۴۰ ۳۰ ۲۰ ۱۰ ۲۰ ۱۰ ۲۰ ۱۰ ۲۰ ۱۰ ۲۰ ۱۰ ۲۰ ۱۰ ۲۰ ۱۰  
 تقسیماتی اختیار اولنسه قواعد حسابیه سائر کسور اتعدادیه  
 اولدیغی مثلور و یا حقنده دخی جاری اولوب انکلین تقسیماتند  
 اسهل اولمش اولور



(۱۰) ب م و زاویه سنك (شكل ماده ۴) حاوی ولدیعنی درجه  
ایله غراده بینند اولان تناسبی استخراج ایتنك طریقیدر  
مثلاً حریفله زاویه مفروضه ده بولنان درجه و حریفله  
غراده افاده اولنسه انكلیر تقسیمی اوزره  $\frac{۱۰}{۴} = \frac{\text{زاویه ب م و}}{\text{زاویه قائمه}}$   
و فرانسز تقسیمی اوزره  $\frac{۱۰}{۱۱} = \frac{\text{زاویه ب م و}}{\text{زاویه قائمه}}$  اولمغین  $\frac{۱۰}{۴} = \frac{۱۰}{۱۱}$   
اولوب بوندن دخی  $۱۰ \times ۱۱ = ۱۱۰$  و  $۱۰ \times ۴ = ۴۰$   
 $= ۱۰ + ۴$  حاصل اولمغین تقسیمین مذکورینك بینلرند  
اولان تناسب تبین ایتمش اولور

### مثال اول

فرانسز تقسیمی اوزره  $۶^{\circ} ۵۰' ۳۰''$  برزاویه ده مقدار انكلیر  
تقسیمی اوزره درجه دقیقه ثانیه اولدیغنی استخراجك صورت  
بالاده ذكری سبقت ایدن دعوییه تطبیقا بو وجهله در

$$\begin{array}{r} ۶۶۲۴۰۶ = ۵ \\ \underline{۶۶۲۴۰۶} = \frac{۵}{۱۱} \\ ۳۸۰۱۱۱۰۴ = \frac{۵}{۱۰} - ۵ = ۳۰ \\ \times ۶۰ \\ \hline ۲۲۶۲۴۰ \\ \times ۶۰ \\ \hline ۲۹۷۲۴۰۰ \end{array}$$

ایمدی ثانیه نك اونده و یوزده كشر اعشاریلری اخذ ایله  
بیكده و اون بیكده كسر لردن صرف نظر اولندقد ه حادث  
اولان  $۳۸۰۰۶۰۳' ۹۷۲ = ۳۸$  اونوز سكر درجه الی دقیقه اونوز  
طوقور ثانیه و بر ثانیه نك یوز جزئنده یتمش درت جزئی زاویه

مذكوره نك انكلیز لو تقسیمجه مقداری اولور

### مثال ثانیه

انكلیز تقسیمی وزره ۴۰، ۱۰، ۲۰ بر زاویه ده مقدار فرانسز  
تقسیمجه غراد دقیقه و ثانیه اولد یعنی استخراج مراد اولسه  
اولا ۱۰ دقیقه ۴۰ ثانیه یی بر درجه نك اعشارینه تحویل بیله  
۸۶۲۵۰ اولمغین بالاده استخراج اولنان دستور عمومی  
موجبجه  $= ۲۶۸۶۲۵۰$  و  $\frac{1}{4} = ۲۶۶۲۵۰$  فرض ایله  $\frac{2}{3} =$   
۲۷۶۲۵۰ اولوب  $\frac{1}{2}$  یکر می یدی غراد التمش یکی دقیقه

اللی ثانیه اولد یعنی ظاهر اولور

(۱۱) هر ایکی زاویه مجموعی طقسان درجه یعنی بر زاویه قائمه  
مساوی اولسه اشبوزاویه بتندن هریری دیگر نك تمامی شیه  
اولنور

(۱۲) هر ایکی زاویه مجموعی بوزسکسان درجه یعنی ایکی قائمه  
مساوی اولسه اشبوزاویه بتندن هریری دیگر نك متممی اطلاق  
اولنور



بر زاویه یی حاوی تناسبات و اشبوتنا سباتی بر برینه اتحاد  
ایدن بعض دستور عمومی لری شاملدر

(۱۳) علم مثلثات مستویہ نك معنای اصلیسى مثلثات  
مذكوره نك مساحه لرینی استخراج ایتك ایسه ده زوایای  
بربرینه اتحاد ایدن بعض دستورلردن دخی بجا ایتكین اعطا  
اولنان معلوماندن مستقیم الاضلاع اولان اشكال  
اضلاع وزوایای مجهوله سندن هر قعینسی استخراج ایتك  
دالات ایدر

شکل

(۱۴) برخط مستقیم فرضام  $\bar{b}$  خط مستقیمى  $\bar{m}$  نقطه سى  
اطرافنده  $\bar{b}$  ء جهته طوغرى دورایله  $\bar{e}$  درجه اولمق  
اوزره  $\bar{b}$  م هر زاویه سنى رسم ایده رك  $\bar{m}$  هر خطى اوزرنده  
واقع هر نقطه سندن  $\bar{b}$  خطى اوزرنده  $\bar{e}$  عمودى نازل  
اولوب  $\bar{m}$  نقطه سندن مرور اید بنجى  $\bar{a}$  خطنه عمود اوله رق  
 $\bar{e}$  م ء خطى دخی رسم اولند قده (۲ و ۳) ماده لرندن منقسم اولنجى  
اوزره اشبواشكالده اولان  $\bar{e}$  هر خطك علامتلى مواضع  
مختلفه سنه نظرا  $++--$  اولغین  $\bar{m}$  هر خطك دخی علامتلى  
 $++--$  اولمش اولور

(۱۵) بالاده ذكر اولنان دعوانك شكله نظرا

- (۱)  $\frac{m}{m}$  جیب زاویه  $\bar{b}$  م هر یا خود جیب  $\bar{b}$  م هر =  $\frac{m}{m}$
- (۲)  $\frac{m}{m}$  تمام جیب زاویه  $\bar{b}$  م هر یا خود تمام جیب  $\bar{b}$  م هر =  $\frac{m}{m}$
- (۳)  $\frac{m}{m}$  ماس زاویه زاویه  $\bar{b}$  م هر یا خود ماس  $\bar{b}$  م هر =  $\frac{m}{m}$
- (۴)  $\frac{m}{m}$  قاطع زاویه  $\bar{b}$  م هر یا خود قاطع  $\bar{b}$  م هر =  $\frac{m}{m}$

(۵) ۱- تمام جیب ب م ه = سهم زاویه ب م ه یا خود سهم ب م ه = ۱-  
 تمام جیب ب م ه (۶) ب م ه زاویه سنك تمامك ماسه زاویه مذكوره  
 ماسه تسمیه اول نور تنك تمام ماس ب م ه = ماس (۹۰- ب م ه) اولدینی  
 کیی چونكه زاویه مفروضه (۹۰- ب م ه) اولسه تمامی ب م ه اولغی  
 (ماده ۱۱) تمام ماس (۹۰- ب م ه) = ماس ب م ه اولوب وینه  
 بر زاویه نك تمامك قاطعی زاویه مذكوره نك تمام قاطعی و بر زاویه  
 تمامك سهمی وینه اول زاویه نك تمام سهمی تسمیه اولنه رقبه وینه  
 قاطع ب م ه = تمام قاطع (۹۰- ب م ه) اولوب و سهم ب م ه  
 = تمام سهم (۹۰- ب م ه) اولور

(۱۶) بر زاویه نك جیبی تمامك تمام جیبینه مساویدر (شكل ماده ۱۱)  
 تمام جیب ب م ه =  $\frac{م}{ه}$  = جیب م ه ه = جیب (۹۰- ب م ه)  
 وكذا جیب ب م ه =  $\frac{ه}{م}$  = تمام جیب م ه ه = تمام جیب (۹۰- ب م ه)  
 اولوب بر زاویه نك جیبی تمامك تمام جیبینه مساوی اولدینی شكار  
 اولور

ایتین ذکر اولنه جق زوایانك مقدار لرینی سهولت ایله  
 افاده ایچون یالکر بر حرف ایله بو وجهله جیب ب تمام جیب ه م  
 تحریر اولنه جقدر

شکل

(۱۷) بر زاویه نك مقداری تحویل اولند قجه م ه خطنك تغیرلند  
 زاویه مذكوره نك جیب و تمام جیب و ماس ك میترلنك  
 قیلمری تبدیل اولنیه رق علی حاله قالور لر زیرام ه خطی وزندن

هر قنق و نقطه دیگری اخذ ایله م ب خطی اورزینه و نمودی نازل  
 اولدقده اقدجه ذکر سبقت ایدن دعوی موجینجه جیب م  
 $\frac{م}{م} = \frac{م}{م}$  باخود جیب م  $= \frac{م}{م}$  اولمغین مثلثین متشابهین ایله  
 $\frac{م}{م} = \frac{م}{م}$  اولوب و بومثلواثبات اولنور که هر نقطه سی  
 م هر خطنک هر قنقی محندن فرض اولنور ایسه ینه تمام جیب م  
 ماس م و تمام ماس م لح کمیتری تغیر اولنمبوب مطلوب  
 ثابت اولور

نتجه جیب م تمام جیب م ماس م لح کمیاتندن هر قنقی  
 معلوم اولسه اندن زاویه نك مقدارای استخراج اولنه بیلور مثلا  
 جیبی پ اولان بر زاویه نك مقدارنی استخراج اینك مراد  
 اولنسه هر قنقی م ب خطی اورزینه بر نصف دائرة رسم ولور  
 م ب خطندن ثلثه مساوی ب هر بعدی قطع (صول هندسه  
 ۱۰۳) و م نقطه سی مرکز فرض اولنه رق م هر بعدیله م هر  
 نصف دائرة سنی هر نقطه سنده قطع ایدنجی بردائرة اخر رسم  
 ایله م هر ب خطری دخی وصل اولدقده حادثا ولان  
 م ب هر زاویه سی جیبی پ اولان زاویه اولور زیرا م هر  
 زاویه سی نصف دائرة داخلنده واقع اولدیغندن قائمه اولمغیز  
 جیب م ب هر  $= \frac{م}{م} = \frac{م}{م}$  پ اولوب مطلوب ثابت  
 اولور

شکل

(۱۸) هر م (شکل ماده ۱۴) مثلثنک اضلاعی واسطه سیله

سهم م = تمام ماس م = تمام قاطع م = کمتلریخی افاده اینمک  
 طریقیدر اولاسهم م = ۱ - تمام جیب م = ۱ -  $\frac{م}{م}$  ثانیاً  
 تمام ماس م = ماس (۹۰ - م) = ماس م  $\frac{م}{م}$  =  $\frac{م}{م}$   
 ماسک تعریفندن اشکار اولور ثالثاً تمام قاطع م =  
 قاطع (۹۰ - م) = قاطع م  $\frac{م}{م}$  =  $\frac{م}{م}$  بودخی قاطعک  
 تعریفندن ظاهر اولوب مثک مذکورک اضلاعی  
 واسط سینله م زاویه سنک سهم و تمام ماس و تمام قاطع  
 افاده اولنش اولور

(۱۹) م زاویه سی صفر درجه دن بدایله ۳۰ درجه بیه  
 وارنجه تزیاید ایدرک جیب م تمام جیب م ماس م قاطع م  
 کمتلریک علامتلی عارض اولان تبدلاتی استخراج  
 ایتمک طریقیدر مثلاً م  $\frac{م}{م}$  خطی م ب خطندن بدایله دور ایدرک  
 م  $\frac{م}{م}$  موقعه واصل اولسد اولاجیب م =  $\frac{م}{م}$  اولوب اشبو  
 کسرک مخزجی اولان م  $\frac{م}{م}$  خطی م م و خطلردن هیچ  
 بریند جهنده واقع اولمید یغندن علامتی مخزجی اولمید و ب دلتا  
 مثبت اعتبار اولنه رق کسر مذکورک علامتی  $\frac{م}{م}$  و خطک  
 علامته تابع اولمقلد (ماده ۱۲) م زاویه سی صفر درجه  
 ایله ۱۸۰ درجه بینده اولدجه (شکل ۱) جیبی مثبت و ۱۸۰  
 درجه ایله ۳۶۰ درجه بینده اولدجه (شکل ۲) جیبی  
 منفی اولور ثانیاً تمام جیب م =  $\frac{م}{م}$  کسرینک علامتی

شکل ۹

م خطك علامته تابع اوله رق (شكل اوله ماده ۱۰) م زاویه سی  
 صفر درجه ایله ۹۰ درجه یا خود ۲۷۰ درجه ایله ۳۶۰ درجه  
 بیننده اولدجه (شكل اوله) تمام جیبی مثبت و ۹۰ درجه ایله  
 ۲۷۰ درجه بیننده اولدجه تمام جیبی منفی اولور ثالثا ماس م  
 $= \frac{3}{4} \frac{5}{6} \frac{7}{8} \frac{9}{10} \frac{11}{12} \frac{13}{14} \frac{15}{16} \frac{17}{18} \frac{19}{20} \frac{21}{22} \frac{23}{24} \frac{25}{26} \frac{27}{28} \frac{29}{30} \frac{31}{32} \frac{33}{34} \frac{35}{36} \frac{37}{38} \frac{39}{40} \frac{41}{42} \frac{43}{44} \frac{45}{46} \frac{47}{48} \frac{49}{50} \frac{51}{52} \frac{53}{54} \frac{55}{56} \frac{57}{58} \frac{59}{60}$  کسریک مثبت و یا منفی اولسی صورتیه  
 محرچک مائل و یا غیر مائل اولسندن نشئت ایتکی (ماده ۱۰)  
 م زاویه سی صفر درجه ایله ۹۰ درجه یا خود ۱۸۰ درجه  
 ایله ۲۷۰ درجه بیننده بولندجه (شكل اوله) ماسی مثبت و ۹۰  
 درجه ایله ۱۸۰ درجه یا خود ۲۷۰ درجه ایله ۳۶۰ درجه بیننده  
 بولندجه منفی اولور رابعا قاطع م  $= \frac{1}{2} \frac{3}{4} \frac{5}{6} \frac{7}{8} \frac{9}{10} \frac{11}{12} \frac{13}{14} \frac{15}{16} \frac{17}{18} \frac{19}{20} \frac{21}{22} \frac{23}{24} \frac{25}{26} \frac{27}{28} \frac{29}{30} \frac{31}{32} \frac{33}{34} \frac{35}{36} \frac{37}{38} \frac{39}{40} \frac{41}{42} \frac{43}{44} \frac{45}{46} \frac{47}{48} \frac{49}{50} \frac{51}{52} \frac{53}{54} \frac{55}{56} \frac{57}{58} \frac{59}{60}$  اولوب  
 م خطك علامته تابع اولمغین م زاویه سی صفر درجه ایله ۹۰  
 درجه یا خود ۲۷۰ درجه ایله ۳۶۰ درجه بیننده اولدجه قاطع م  
 مثبت و ۹۰ درجه ایله ۲۷۰ درجه بیننده اولدجه منفی اولور  
 (۲۰) هر قننی بر زاویه صفر درجه دن بدا ایله ۳۶۰ درجه  
 واربخه تراید ایدرک زاویه مرقومه نلک جیب و تمام جیب و  
 و تمام ماسلرینک تراید و تناقصنی استخراج ایتک طریقیدر  
 مثلام زاویه سی صفر درجه دن بدا ایله ۳۶۰ درجه یه واربخه  
 تراید ایدرک جیب م تمام جیب م لح قیمتلرینه م خطك تغیر  
 خلل کلدیکی اون بدیخی دعواده اثبات اولمغین م خطی غیر  
 محول فرض اولنه رق (شكل اماده ۱۹) م خطی م موضعندک

مء موضعنه دكين دورا تقيله هـ خطى صفر دن بدأ  
 ايله مء خطنه مساوى و لنجه دكين تزايد ايدرك مثبت  
 اولوب ومء خطى دخى مء خطنك قيمتدن بدأ ايله  
 صفره معادل و لنجه دكين مثبت اوله رق تناقص ايدروينه  
 (شكل ۲ ماده ۱۹) مء خطى مء موضعندن مء موضعنه  
 وارنجه هـ خطى مء خطنه مساوى ايكن مثبت اوله رق  
 صفره دكين تناقص ايدوب مء خطى دخى صفر دن بدأ  
 ايله مء خطنه مساوى و لنجه دكين منفي اولديغى  
 حاله تزايد ايدرك (شكل ۳ ماده ۱۹) مء خطى مء خطندن  
 مفارقت ايله مء موضعنه واصل اولدوقده هـ خطى  
 صفر دن بدأ ايله مء خطنه مساوى و لنجه دكين  
 منفي اولديغى حاله تزايد ايدوب مء خطى منفي اوله رق  
 مء خطنه مساوى ايكن صفره دكين تناقص ايدروينه  
 مثلث وارائه اولنه بيلور كه مء خطى مء موقعندن  
 مء موقعنه وارنجه هـ خطى مء خطنه مساوى  
 ايكن صفره وارنجه تناقص ايدرك منفي مء خطى  
 صفر دن بدأ ايله مء خطنه مساوى و لنجه  
 دكين تزايد ايدرك مثبت اوله رق  
 تحويلات اينده برجدول درونده تحريا  
 اشو محله وضع اولدري



## الجدول هذا

مزاویه سی مخول ایدرک	۹۰ د ۰	۹۰ د ۱۸۰	۱۸۰ د ۲۷۰	۲۷۰ د ۳۶۰
جیب (م/م)	م <sup>+</sup> م <sup>+</sup>	م <sup>+</sup> م <sup>+</sup>	م <sup>-</sup> م <sup>-</sup>	م <sup>-</sup> م <sup>-</sup>
تاجیب (م/م)	م <sup>+</sup> م <sup>+</sup>	م <sup>+</sup> م <sup>+</sup>	م <sup>-</sup> م <sup>-</sup>	م <sup>-</sup> م <sup>-</sup>
ماس (م/م)	م <sup>+</sup> م <sup>+</sup>	م <sup>+</sup> م <sup>+</sup>	م <sup>-</sup> م <sup>-</sup>	م <sup>-</sup> م <sup>-</sup>
قاطع م (م/م)	م <sup>+</sup> م <sup>+</sup>	م <sup>+</sup> م <sup>+</sup>	م <sup>-</sup> م <sup>-</sup>	م <sup>-</sup> م <sup>-</sup>

ایم دی اشبو جداوله جیب و تمام جیب و ماس و قاطعک  
 هر بر ربع دورده اولان علامتترینک تبدلاتی و قیمتترینک  
 مخویلانی ایچون بو محله د بکر بر جدول دخی ایراد اولنه رف  
 جیب و تمام جیب لخم کینترینک هر بر زاویه قائمه ده اولان  
 علامتلی معترضه درونته حصر اولنه رف و  
 اشارتله دخی نامتناهی اولان کمیات افاده

اولمشدر

## الجدول هذا

مزاویه سی بینم اوله	۹۰ ایله ۰	۹۰ ایله ۱۸۰	۱۸۰ ایله ۲۷۰	۲۷۰ ایله ۳۶۰
جیب م	ایله ۰ (+)	ایله ۰ (+)	ایله ۰ (-)	ایله ۰ (-)
تمام جیب م	ایله ۰ (+)	ایله ۰ (-)	ایله ۰ (-)	ایله ۰ (+)
ماس م	ایله ۰ (+)	ایله ۰ (-)	ایله ۰ (-)	ایله ۰ (+)
قاطع م	ایله ۰ (+)	ایله ۰ (-)	ایله ۰ (-)	ایله ۰ (+)



یا خود م ه زاویه منفیه نک جیبی اولد بگندن (ماده ۷)

جیب م = - جیب (۳۶۰ - م) یا خود = جیب (- م) اولور

(۲۳) و بو مثللوارائه اولنه بیلور که

(۱) تمام جیب م = - تمام جیب (۱۸۰ - م) = - تمام جیب (۱۸۰ + م)

= تمام جیب (۳۶۰ - م) = تمام جیب (- م)

(۲) ماس م = - ماس (۱۸۰ - م) = - ماس (۱۸۰ + م) = - ماس

(۳۶۰ - م) = - ماس (- م)

(۳) قاطع م = - قاطع (۱۸۰ - م) = - قاطع (۱۸۰ + م) = قاطع

(۳۶۰ - م) = قاطع (- م)

(۲۴) هر قنقی م ه زاویه سنه ۳۶۰ ذرحه ضم ايله زاویه

مذکوره نک جیبی تحویل قبول ایتیمه جکی واضحا تندن اولمغین

جیب م هر حاله جیب (۳۶۰ + م) کمیتنه مساوی اولوب

و کذا جیب (۳۶۰ + م) = جیب (۳۶۰ + م) و جیب (۳۶۰ + م)

(۳۶۰ + م) = جیب (۳۶۰ + م) الح اولمغین ه حرفیله بر عدد

مثبت اراؤه اولنسه جیب م = جیب (۳۶۰ + م) = جیب

(۳۶۰ + م) و کذا جیب م = جیب (۱۸۰ - م)

اولوب (ماده ۲۱ شق ۱) = جیب (۱۸۰ + ۱۸۰ + ۳۶۰ - م)

= جیب (۳۶۰ + ۱۸۰ - م) اولور وینه بکری برنجی مادته

ایکینجی و او جینی شقلرندن جیب م = - جیب (۳۶۰ + ۱۸۰ +

۳۶۰ + م) و جیب م = - جیب (۳۶۰ + ۱۸۰ + م) و جیب م = - جیب (۳۶۰ + ۱۸۰ + م)

## اولور

(۲۶) بوموال اوزره یکر می یکنی ماده ایله ارا نه اولنور که

تمام جیب م = تمام جیب  $(م + ۱۸۰ + ۵۲)$  یا خود = - تمام

جیب  $\{ (۱ + ۵۲) - م - ۱۸۰ \}$  یا خود = - تمام جیب  $\{ ۵۲ + م +$

$(۱ + ۱۸۰ + م) \}$  تمام جیب  $(م - ۱۸۰ + ۵۲)$

وینه ماس م = ماس  $(م + ۱۸۰ + ۵۲)$  = - ماس  $\{ ۵۲ + م +$

$(۱ - ۱۸۰ - م) \}$  ماس  $\{ (۱ + ۵۲) + م + ۱۸۰ \}$  = - ماس

$(۵۲ + م - ۱۸۰)$  كذلك اثبات اولنه بیلور که

قاطع م = قاطع  $(م + ۱۸۰ + ۵۲)$  = - قاطع  $\{ ۵۲ + م +$

$(۱ - ۱۸۰ - م) \}$  یا خود = - قاطع  $\{ (۱ + ۵۲) + م + ۱۸۰ \}$  یا خود =

قاطع  $(م - ۱۸۰ + ۵۲)$

(۲۵) اشیو (۲ و ۲ و ۲) ماده لردن استنتاج اولنور که

جیب م = تمام جیب  $(م - ۹۰)$  || تمام جیب م = جیب  $(۹۰ - م)$

جیب م = جیب  $(م - ۱۸۰)$  || تمام جیب م = - تمام جیب  $(۱۸۰ - م)$

ماس م = تمام ماس  $(م - ۹۰)$  || قاطع م = تمام قاطع  $(۹۰ - م)$

ماس م = - ماس  $(م - ۱۸۰)$  قاطع م = - قاطع  $(۱۸۰ - م)$

یعنی

برزاویه نك جیبی = اول زاویه نك تمامنك تمام جیبی

یا خود = اول زاویه نك ممتنك جیبی

برزاویه نك تمام جیبی = اول زاویه نك تمامنك جیبی

یا خود = - اول زاویه نك متمنك تمام جیبی

برزاویه نك ماسی = اول زاویه نك تمامنك تمام ماسی

یا خود = - اول زاویه نك متمنك ماسی

برزاویه نك قاطعی = اول زاویه نك تمامنك تمام قاطعی

یا خود = - اول زاویه نك متمنك قاطعی

ایمدی برزاویه ایله اول زاویه نك تمامی و متمنك جیبی و تمام جیبی

و ماسی و قاطعی بیننده اولان مارالذکر تناسبات مثلثاتده

کثیرالاستعمال اولغین مواد تیه ده دخی کرارا ذکر

اولنسه کر کدر

واشبو ایکی دستور عمومی دخی فوائد مه ده دن اولغله ذکر اولنشد

$$\text{جیب } م = \text{تمام جیب } (م - ۹۰) - = \text{تمام جیب } (۱۸۰ - (م - ۹۰)) - \\ - \text{تمام جیب } (م + ۹۰)$$

$$\text{تمام جیب } م = \text{جیب } (م - ۹۰) = \text{جیب } (۱۸۰ - (م - ۹۰)) = \\ \text{جیب } (م + ۹۰)$$

(۲۶) ایتده ذکر اولنه جق مواد ایله طالبینك زیاده سیله

کسب مهارت ایللری لازمه دن بولنشد

$$(۱) \text{ ماس } م = \frac{\frac{م}{ه}}{\frac{م}{ه}} = \frac{\frac{ه}{م}}{\frac{ه}{م}} = \frac{\text{جیب } م}{\text{تمام جیب } م}$$

$$(۲) \text{ قاطع } م = \frac{\frac{م}{ه}}{\frac{م}{ه}} = \frac{۱}{\frac{ه}{م}} = \frac{۱}{\frac{\text{تمام جیب } م}{\text{تمام جیب } م}} = \frac{\text{تمام جیب } م}{\text{تمام جیب } م}$$

$$(۳) \text{ تمام ماس م} = \frac{\frac{۳}{۵} \text{ م}}{\frac{۳}{۵} \text{ م}} = \frac{۳}{۳} = ۱ = \frac{\text{تمام جیب م}}{\text{جیب م}}$$

$$(۲) \text{ تمام ماس م} = \frac{۱}{\frac{۳}{۵} \text{ م}} = \frac{۵}{۳} = \frac{۱}{\frac{۳}{۵}}$$

$$(۵) \text{ تمام قاطع م} = \frac{\frac{۳}{۵} \text{ م}}{\frac{۳}{۵} \text{ م}} = \frac{۱}{\frac{۳}{۵} \text{ م}} = \frac{۱}{\text{جیب م}} = \frac{\text{تمام ماس م}}{\text{تمام جیب م}}$$

$$(۶) (م) = (۵) - (۳) + (۱) = ۱ - \left(\frac{۳}{۵}\right) + \left(\frac{۳}{۵}\right) = ۱$$

یا خود ۱ = (جیب م) + (تمام جیب م)

$$\text{جیب م} = ۱ - (\text{تمام جیب م})$$

$$\text{تمام جیب م} = ۱ - (\text{جیب م})$$

$$(۱) \text{ م} = \frac{۳}{۵} \text{ م} + \frac{۲}{۵} \text{ م}$$

$$= \left(\frac{۳}{۵}\right) \text{ م} + ۱ - \left(\frac{۳}{۵}\right) \text{ م} = ۱ \text{ یا خود تمام قاطع م} = ۱ + \text{ماس م}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{قاطع م} &= ۱ + (\text{ماس م}) \\ \text{ماس م} &= ۱ - (\text{قاطع م}) \end{aligned} \right\}$$

$$(۸) \text{ م} = \frac{۳}{۵} \text{ م} + \frac{۲}{۵} \text{ م}$$

$$(۸) \text{ م} = \frac{۳}{۵} \text{ م} + \frac{۲}{۵} \text{ م}$$

$$\left(\frac{۳}{۵}\right) \text{ م} = \left(\frac{۳}{۵}\right) \text{ م} + ۱ - \left(\frac{۳}{۵}\right) \text{ م} = ۱ + \text{ماس م}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{تمام قاطع م} &= ۱ + (\text{ماس م}) \\ \text{تمام ماس م} &= ۱ - (\text{تمام قاطع م}) \end{aligned} \right\}$$



(۲۹) ۴۰ و ۳۰ و ۶۰ درجه لرك جيب و تمام جيب و ماسلوفى  
 استخراج اينك طريقيد مثلا (شكل ماده ۲۶) زاويه  
 $م ه = ه$  فرض اولند قده  $م ه > م ه = ۹۰ - م ه$   
 $ه = ه$  اولغين  $م ه = م ه$  اولوب طرفين  $م ه$  او زره  
 تقسيم اولند قده  $م ه = م ه = م ه$  يا خود جيب  $ه = تمام$   
 جيب  $ه$  اولور و كذا  $م ه = م ه + م ه = م ه$   
 اوله رق جيب  $ه = م ه = م ه$  و تمام جيب  $ه = م ه$  اولغين  
 ماس  $ه = م ه = م ه$  اولور و بته  $م ه$  مثلث متساوى  
 الاضلاعى متساوى الزوايا اولديغدن زوايا سندن هر بيرى  
 ايكي زاويه قائمه نك ثلثى اولغين  $ه$  اوله رق  $م ه$  او زرينه  
 م عمودى اخراج اولند قده موقع عمود ايله قاعده نه اينلرد  
 بيننده اولان  $م ه$  بعد لرندن هر بيرى  $م ه$  قاعده نه  
 يا خود مساوى اولان  $م ه$  م ه ضلعين با قينند  $م ه$   
 اولوب

$$\begin{aligned}
 & > م ه = م ه > م ه = ۳۰ \\
 & \text{جيب } ۳۰ = \frac{م ه}{م ه} = \frac{م ه}{م ه} = \frac{۱}{۲} \\
 & \text{تمام جيب } ۳۰ = (۱ - \text{جيب } ۳۰) \sqrt{۳} = (۱ - \frac{۱}{۲}) \sqrt{۳} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \\
 & \text{ماس } ۳۰ = \frac{\text{تمام جيب } ۳۰}{\sqrt{۳}} = \frac{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{\sqrt{۳}} = \frac{۱}{۲} \\
 & \text{جيب } ۶۰ = \text{تمام جيب } (۶۰ - ۳۰) = \text{تمام جيب } ۳۰ = \frac{\sqrt{۳}}{۲}
 \end{aligned}$$



تمام جیب ۶۰ = جیب (۹۰ - ۹۰) = جیب ۰ = ۰ =  $\frac{1}{2}$

ماس ۶۰ = تمام جیب ۶۰ =  $\frac{60}{37}$



زوایای کثیره دن عبارت اولان دستورات

نسبیه بی شاملدر

(۳۰) ایکی زاویه نك جیبلیله تمام جیبلی معلوم ایکن زاویه نیز

مذکور تینك مجموعریله بینلرنده اولان فضلک جیبلینی

و تمام جیبلینی استخراج ایتمك طریقیدر مثلاً م ط م د

زاویه لرندن بری س و دیگر ی ع درجه فرض اولوب م و و د

هر قعی نقطه سندن م ط م هر خطری اوزرینه د ط د

عمودلری اخراج اولنه رق ط نقطه سندن م هر د خطری

موازی ط ف ط هر خطری رسم اولند قده حادث اولان

ط ب شکلی مستطیل اولغین ط ف خطی هر خطنه و ط هر

خطی و ب خطنه مساوی اوله رق ط د ف = ۹۰ - د ط و

= و ط م اولغین ط ف هر خطین متوازیبنی ط م خطی قطع

ایلدیکدن و ط م زاویه سی = ط م هر زاویه سنه = س

اولوب بواجلدن

جیب (س + ع) =  $\frac{ب}{م} = \frac{ب + و + د}{م} = \frac{و + د}{م} + \frac{ب}{م}$

=  $\frac{و + د}{م} \times \frac{ط}{ط} + \frac{ب}{م} \times \frac{ط}{ط} =$

شکل ۳۳

••



## الامثله

۴۰ و ۳۰ درجه لرك جيلري و تمام جيلري معلوم ايكن اشبهه

و ۱۰ درجه لرك جيلريني و تمام جيلريني استخراج بو وجهه

$$\text{جيب } ۴۰ = \text{تمام جيب } ۴۰ = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{جيب } ۳۰ = \frac{1}{2} \quad \text{تمام جيب } ۳۰ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{جيب } ۷۰ = \text{جيب } (۳۰ + ۴۰) = \text{جيب } ۴۰ \times \text{تمام جيب } ۳۰ + \text{جيب } ۳۰ \times \text{تمام جيب } ۴۰$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{2}} \left( 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\text{و كذا تمام جيب } ۷۰ = \text{تمام جيب } (۳۰ + ۴۰) = \frac{1}{2\sqrt{2}} (1 + \frac{\sqrt{3}}{2})$$

$$\text{جيب } ۱۰ = \text{جيب } (۴۰ - ۳۰) = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 \right)$$

$$\text{تمام جيب } ۱۰ = \text{تمام جيب } (۴۰ - ۳۰) = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left( 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

(۳۱) جيب ۲ س = ۲ جيب س تمام جيب س دستور عموميه

او توزيحي ماده استخراچ اولنار دستور لرواوسط سييله

طريق استحصالي بو وجهه در

$$\text{جيب } (س + ۶) = \text{جيب س تمام جيب } ۶ + \text{تمام جيب س جيب } ۶$$

اولمغله ع محله س تخير اولن ر ق

$$\text{جيب } ۲ س = \text{جيب س تمام جيب س} + \text{تمام جيب س جيب س}$$

$$= ۲ \text{ جيب س تمام جيب س}$$

دستوري حادث اولوب مطلوب حاصل اولور.

(۳۲) اشبهه دستورات ثلثه دخي او توزيحي ماده واسطه سييله

تخصیص اول نور طریق استحصالی بوجهله در

- (۱) تمام جیب ۲ س = تمام جیب ۱ س - جیب ۱ س  
 (۲) تمام جیب ۲ س = ۲ تمام جیب ۱ س - ۱  
 (۳) تمام جیب ۲ س = ۱ - ۲ جیب ۱ س

او تونجی مادده بیان اولند یغی اورزه

تمام جیب (س + ع) = تمام جیب س تمام جیب ع - جیب س جیب ع  
 اولغین اشبود ستور عومینک ایکی طرفنده ع محلنه س وضع  
 اولند قن

تمام جیب ۲ س = تمام جیب س تمام جیب س - جیب س جیب س  
 = تمام جیب س - جیب س

اولوب وینه

تمام جیب ۲ س = تمام جیب س - جیب س  
 و = جیب س ۱ تمام جیب س  
 اولد یغندن بربر یله جمع و طرح اولند قده

۱ + تمام جیب ۲ س = ۲ تمام جیب

۱ - تمام جیب ۲ س = ۲ جیب س

اولوب اشبو معادله تیندن تمام جیب ۲ س تحصیل برله

تمام جیب ۲ س = ۲ تمام جیب س - ۱

تمام جیب ۲ س = ۱ - ۲ جیب س

اولوب مطلوب حاصل اولور

(۲۳) كذلك ارأه اولنه بيلوركه

تمام جيب س + جيب س =  $\pm \sqrt{1 + \text{جيب } 2}$

تمام جيب س - جيب س =  $\pm \sqrt{1 - \text{جيب } 2}$  (س)

اوتوزبرواتوزايكي ماده لرنده جيب ۲ س = ۲ جيب س تمام جيب

و = جيب س + تمام جيب س اولمغين بربريله جمع و طرح اولندقد

۱ + جيب ۲ س = تمام جيب س + ۲ جيب س تمام جيب س + جيب س

۱ - جيب ۲ س = تمام جيب س - ۲ جيب س تمام جيب س + جيب س

اوله رق طرفينك جزرلى اخذا اولندقد

تمام جيب س + جيب س =  $\pm \sqrt{1 + \text{جيب } 2}$  (س)

تمام جيب س - جيب س =  $\pm \sqrt{1 - \text{جيب } 2}$  (س)

اولوب مطلوب حاصل اولور

(۲۴) ايكي زاويه نك ماسلرى معلوم ايكن اولزاويه لر مجموعيله

بينلرنده اولان تفاضلك ماسلرينى استخراج بووجهله در

ماس (س + ع) =  $\frac{\text{جيب } (س + ع)}{\text{تمام جيب } (س + ع)}$  =  $\frac{\text{جيب س تمام جيب ع} + \text{تمام جيب س جيب ع}}{\text{تمام جيب س تمام جيب ع} + \text{تمام جيب س جيب ع}}$

دكسر اخيرك صورتيهله مخارجى تمام جيب س تمام جيب ع كيتنه

نقسيم اولندقد

ماس (س - ع) =  $\frac{\text{جيب س} - \text{جيب ع}}{\text{تمام جيب س} - \text{تمام جيب ع}}$  =  $\frac{\text{ماس س} - \text{ماس ع}}{1 - \text{ماس س ماس ع}}$

اولوب ماس (س - ع) كميتيله دخی بو مثالو عمل اولندقد

ماس (س - ع) =  $\frac{\text{ماس س} - \text{ماس ع}}{1 + \text{ماس س ماس ع}}$

حادث اولوب مطلوب حاصل اولور

نتیجه اش بود عوانك شقا ولنده س محلنه ع وضع اولندقه

$$\frac{\text{ماس ۲ س} = \text{ماس ۱ س}}{\text{ماس ۱ س}}$$

حادث اولوب برزاویه نك ماسی معلوم ایکن ضعفنك ماسی

ایچون برد ستور عمومی اولمش اولور

(۳۰) برزاویه نك ماسی معلوم ایکن اولزاویه ضعفنك جیبيله

تمام جیبی استخراج ایتمك طریقیدر مثلاً ماس س مساوم

اوله رق جیب ۲ س و تمام جیب ۲ س کیتلری مطلوب اولسه طریق

استخراجی بو وجهله در

جیب ۲ س = ۲ جیب س تمام جیب س (ماده ۲۱)

$$= \frac{\text{جیب س}}{\text{تمام جیب س}}$$

$$= \frac{\text{ماس ۲ س}}{\text{قاطع ۲ س}} \text{ (ماده ۲۶ و ۲۷)}$$

$$= \frac{\text{ماس ۲ س}}{\text{قاطع ۲ س}} = \frac{\text{ماس ۱ س}}{\text{ماس ۱ س}} \text{ (۷ و ۲۶)}$$

وینه تمام جیب ۲ س = ۲ تمام جیب س - ۱ (۲ و ۳۲) = ماس ۲ س

$$= \frac{\text{ماس ۲ س}}{\text{ماس ۱ س} + ۱} = \frac{\text{ماس ۱ س}}{\text{ماس ۱ س} + ۱}$$

اولوب مطلوب حاصل اولور

(۳۶) اونوزنجی ماده اثبات اولندیغی اوزره اشبو

جیب (س + ع) = جیب س تمام جیب ع + تمام جیب س جیب ع

جیب (س - ع) = جیب س تمام جیب ع - تمام جیب س جیب ع

تمام جیب (س + ع) = تمام جیب س تمام جیب ع - جیب س جیب ع

تمام جیب (س-ع) = تمام جیب س تمام جیب ع + جیب جیب  
 دستورات اربعه در برنجی ایله ایکجی بربریله جمع و طرح اولندقد  
 جیب (س+ع) + جیب (س-ع) = ۲ جیب س تمام جیب ع  
 جیب (س+ع) - جیب (س-ع) = ۲ تمام جیب س جیب ع  
 دستورلری حاصل اولوب اوچنی ایله درونجی جمع و طرح اولندقد  
 تمام جیب (س+ع) + تمام جیب (س-ع) = ۲ تمام جیب س تمام جیب ع  
 تمام جیب (س-ع) - تمام جیب (س+ع) = ۲ جیب س جیب ع  
 دستورلری حاصل اولور

(۳۷) ایکی زاویه مجموعنک نصفیله اولزاویه لرك بیتمده واقع  
 تفاضلک نصفنک جیب لریله تمام جیب لری معلوم ایکن زاویه تاب  
 مذکوره تین جیب لریله تمام جیب لری مجموعنی و بینلرنده اولان  
 تفاضلی استخراج ایتمک لری بقیدر مثلاً  $\frac{1}{4}$  (س+ع) و  $\frac{1}{4}$  (س-ع)  
 زاویه لرینک جیب لریله تمام جیب لری معلوم اوله رق جیب س ±  
 جیب ع و تمام جیب س ± تمام جیب ع کینلرینی استخراج بوجه  
 چونکه س =  $\frac{1}{4}$  (س+ع) +  $\frac{1}{4}$  (س-ع)  
 و ع =  $\frac{1}{4}$  (س+ع) -  $\frac{1}{4}$  (س-ع) اولغین

جیب س = جیب  $\frac{1}{4}$  (س+ع) + تمام جیب  $\frac{1}{4}$  (س-ع) + تمام جیب  $\frac{1}{4}$  (س+ع) جیب (س+ع)  
 جیب ع = جیب  $\frac{1}{4}$  (س+ع) - تمام جیب  $\frac{1}{4}$  (س-ع) - تمام جیب  $\frac{1}{4}$  (س+ع) جیب  $\frac{1}{4}$  (س-ع)

اولد یغندن بربریلده جمع و طرح اولندقدن

(۱) جیب س + جیب ع = ۲ جیب  $\frac{1}{2}$  (س + ع) تمام جیب  $\frac{1}{2}$  (س + ع)

(۲) جیب س - جیب ع = ۲ تمام جیب  $\frac{1}{2}$  (س - ع) جیب  $\frac{1}{2}$  (س - ع)

اولوب ذکر اولنان س و ع زاویه لرینک جیلری برینه تمام جیلری

اخذ اولنوب کافی السابق بربریلده جمع و طرح اولندقدن

(۲) تمام جیب س + تمام جیب ع = تمام جیب  $\frac{1}{2}$  (س + ع) تمام جیب  $\frac{1}{2}$  (س + ع)

(۴) تمام جیب ع - تمام جیب س = ۲ جیب  $\frac{1}{2}$  (س - ع) جیب  $\frac{1}{2}$  (س - ع)

حاصل اوله رق اسبودستورات اربعه کثیرالاستعمال اولوب

اقدجه ذکر اولنان دعوی ایله دخی تحصیل اوانه بیلور

(۳۸) اشیوایکی دستور دخی ذکر سبقت ایدن دستورات

واسطه سیله اثبات اولنور

{ جیب ۵ س + جیب (۲-۵) س = ۲ جیب (۱-۵) س تمام جیب س

{ تمام جیب ۵ س + تمام جیب (۲-۵) س = ۲ تمام جیب (۱-۵) س تمام جیب س

شویله که

جیب ۵ س - جیب (۱-۵) س = جیب (۱-۵) س تمام جیب س

+ تمام جیب (۱-۵) س جیب س

اولوب کذلک

جیب (۲-۵) س - جیب (۱-۵) س = تمام جیب س - تمام جیب (۱-۵) س جیب س

اولد یغندن بربریلده جمع اولندقدن



جیب ۵ س + جیب (۲-۵) س = ۲ جیب (۱-۵) س تمام جیب س (۱)  
وینہ

تمام جیب ۵ س = تمام جیب (۱-۵) س تمام جیب س - جیب (۱-۵) س جیب س  
و تمام جیب (۲-۵) س = تمام جیب (۱-۵) س تمام جیب س - جیب (۱-۵) س جیب س  
اولغین بربریلہ جمع اولندوقدہ

تمام جیب ۵ س + تمام جیب (۲-۵) س = ۲ تمام جیب (۱-۵) س تمام جیب س (۲)

دستور ثانیسی حاصل اولور

نتیجہ درون دعوادہ ۵ کمیٹی ۲ فرضیلہ

$$\left. \begin{aligned} \text{جیب } ۲ \text{ س} &= ۲ \text{ جیب س تمام جیب س} \\ \text{تمام جیب } ۲ \text{ س} &= ۱۴ \text{ تمام جیب س} \\ \text{تمام جیب } ۲ \text{ س} &= ۲ \text{ تمام جیب س} - ۱ \end{aligned} \right\}$$

یا خود مذکورہ کمیٹی ۳ فرضیلہ برنجی دستور دن

جیب ۳ س = ۲ جیب ۲ س تمام جیب س - جیب س = ۴ جیب س تمام جیب س جیب

= ۴ جیب س (۱-جیب س) - جیب س = ۳ جیب س - ۴ جیب س

و ایکجی دستور دن

تمام جیب ۳ س = ۲ تمام جیب ۲ س تمام جیب س - تمام جیب س

= ۲ تمام جیب س (۲ تمام جیب (۱-)) - تمام جیب س

= ۴ تمام جیب س - ۳ تمام جیب س

و بر منوالا وندہ کمیٹی ۴ وہ و ۲ فرضیلہ جیب ۴ س جیب ۵ س

جیب ۶ س ۲ و تمام جیب ۴ س تمام جیب ۵ س تمام جیب ۶ س کیتلری

## استخراج اولنه بیلور

(۲۹) ۱۸ و ۷۲ و ۳۶ و ۴۰ درجه لک دستورات سابقه  
واسطه سیله جیلرینی و تمام جیلرینی استخراج بو وجهله در

جیب ۳۶ = تمام جیب (۳۶ - ۹۰) = تمام جیب ۵۴

یا خود ۱۸ = س فرض اولنه رق جیب ۲ س = تمام جیب ۳ س

۲ جیب س تمام جیب س = تمام جیب ۲ س تمام جیب س = تمام جیب س (ماده ۳۸)

۲ جیب س = ۲ تمام جیب ۲ س = ۱ (۲ - ۱ جیب س) - ۱

۴ جیب س = ۲ جیب س = ۱

معادله سی حادث اولوب حل اولند قده جیب س =  $\frac{572-1}{4}$  اولغیز

اون سکر درجه لک جیبی مثبت اولد یغندن زائد علامتنه

اعتبار اولنه رق

$\frac{572-1}{4}$  = جیب ۱۸ = تمام جیب (۱۸ - ۹۰) = تمام جیب ۷۲

و تمام جیب ۱۸ = ۱ - جیب ۱۸ = ۱ -  $\frac{572-1}{16}$  =  $\frac{572+10}{16}$

تمام جیب ۱۸ =  $\frac{(572+10)7}{4}$  = جیب ۷۲

وبینه

جیب ۵۴ = تمام جیب ۳۶ = تمام جیب ۱۸ × ۲ = تمام جیب ۳۶ جیب ۱۸

$$= \frac{572+10}{16} - \frac{572-1}{16}$$

$$= \frac{57+1}{4}$$

تمام جیب ۵۴ = ۱ - جیب ۵۴ = ۱ -  $\frac{572+10}{16}$  =  $\frac{572-10}{16}$

تمام جیب ۵۴ =  $\frac{(572-10)7}{4}$  = جیب ۳۶

مذکور درجه لریک جیلری و تمام جیلری استخراج اولمش اولوب

مطلوب حاصل اولور

مثلثات جید و لریک استخراج لری بیانده در

(۴۰) علم مثلثات مستویه نک موضوعی اولان اضلاع و زوایا

مجهوله سنک سالفا لذکر دستورات عمومیه واسطه سیله

استخراج واستعلامی بردقیقه دن بدأ ایله طقسان درجه یه

واربجه زوایانک جیب و تمام جیب و ماس و تمام ماس لری حاوی

مثلثات جید و لری تغییر اولنا جداول اعانه سیله اوله رق

نرک و اعمال لریک معرفتی الزم اولغین بوجمله ذکر و مناسب

کورلشدر

بردقیقه مقداری اولان زاویه نک جیب و تمام جیبی استخراج

ایتمک طریقیدر

اولوزا یکجی ماده نک اوچجی دستورینه نظر اچیب  $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$  تمام جیب  $\frac{1}{2}$

اولغین اشبودستورده ب محله  $\frac{1}{2}$  ب وضع اولنه رق جیب  $\frac{1}{2}$  ب

$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$  تمام جیب اولوب تمام جیب ب محله دخی  $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$  جیب ب

اقامه اولندقد جیب  $\frac{1}{2}$  ب  $\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$  جیب ب دستوری حادّه

اوله رق برزاویه نک جیبیله ضعفنک جیبی بیننده بردستور اولش

اولور و کذا اشبودستور اخیرده ب یرینه  $\frac{1}{2}$  ب تخیر اولندقد اشو

$$\text{جیب } \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \text{ جیب } \frac{1}{2}$$

و علی التوالی ب یرینه  $\frac{1}{2}$  ب وضع ایله





بوجهله بر ديقه نك جيبى و تمام جيبى معلوم اوله رق ما فوق  
اولان زاويه لك جيلرى و تمام جيلرى و توزسكر بنجى ماده  
ايله استحصاال اوله بيلور شويله كه

جيب (۱+۵) م = ۲ تمام جيب م جيب ۵ م - جيب (۱-۵) م  
اولد يغندن اشبور دستور عمومده م = ۲ فرض اولنوب ۵ محله  
۱ و ۲ و ۳ و ۴ ر قلى تحري اولنه رق  
جيب ۴ = ۲ تمام جيب ا جيب ۱ - جيب

$$\sim \dots 0817764000 =$$

جيب ۴ = ۲ تمام جيب ا جيب ۲ - جيب ۱

$$\sim \dots 0872664000 =$$

جيب ۴ = ۲ تمام جيب ا جيب ۳ - جيب ۲

$$\sim 011630026000 =$$

لح - لح  
اولوب

جيب ۲ = تمام جيب ۸ = ۸۹

جيب ۳ = تمام جيب ۵ = ۸۹

جيب ۴ = تمام جيب ۶ = ۸۹

لح = لح

اولغين اشبوكميات اخيره دخى معلوم اولمش اولور  
ويته او توزسكر بنجى ماده نك دستور لرنندن

تمام جيب (۱+۵) س = ۲ تمام جيب س تمام جيب (۱-۵) س

اولوب كما في السابق س = او ۲ = او ۳ و ۴ ..... لح على التوالى  
فرض اولنه رق حادث اولان اشبو

تمام جيب ۲ = ۲ تمام جيب ۱ - تمام جيب ۰ = ۰ ۹۹۹۹۹۹۸۳۰۰۰

تمام جيب ۳ = ۳ تمام جيب ۱ تمام جيب ۲ - تمام جيب ۱ = ۱ ۹۹۹۹۹۹۶۱۹۰۰

تمام جيب ۴ = ۲ تمام جيب ۱ تمام جيب ۳ - تمام جيب ۲ = ۲ ۹۹۹۹۹۹۳۲۳۰۰۰

دستور لوندن تمام جيب ۲ تمام جيب ۳ تمام جيب ۴ ..... لح وجيب ۱ = ۱ ۸۹

جيب ۷ = ۸۹ جيب ۶ = ۸۹ لح كيتلى دخی معلوم اوله رق

اشبو عمل كره بعد اخرى بو وجهله اجرا اولنه رق بر ديقه دن طقسا

درجه يه دكين زوایانك جيبلى و تمام جيبلى استخراج اولنوب

يكرى يدنجى ماده مرسوم جداوله محرد ستورات واسطه سيله

زوایای مذكوره نك ماسلى و قاطعلرى دخی استخراج اولنوبيلور

اشته بو وجهله تحصيل اولنان جيبلى و ماسار بر جدول درونته

وضع ايله اليوم مهندسين بيننده مستعمل اولان جيب اعشارى

جدوللى حاصل اولور ايمدى اعداد كثره حقه علم حساب

عمللرينك اجرا سى لغارتمه جدوللى واسطه سيله غايت اسان

اولد يفته مبنى بالاده استخراج اولنان جيبلى لغارتمه لرى

استخراج اولنه رق بر جدول درونته وضع ايله استعمالى يسير

اولور فقط جيب مذكوره دن هر برى واحد دن اقل

اولغله اربابنك معلومى اولديغى وزره انه انلرينك مرفوطلى

منفى اولوب جدا ويل مرقومه درونته ناقص اشارتلىنك تحريرى

لازم کله جکدن بو عسرتی دفع ایچون مذکور جیلرک قیتملری  
 .....اگره تکثیر اولوب لغارتمه لری استخراج اولنه رق جلاویل  
 مذکوره درونته وضع اولنمشدر شویله که جیب آ = ۲۹۰۸۸۸۳۰۴ =  
 عدده مساوی اولوب واحد دن اقل اولد یغندن لغارتمه سی منفی  
 اولور بواجلدن جیب آ اشبو ..... ۱ = سر عدده ضرب ایله  
 ۲۹۰۸۸۸۳۰۴ اولوب لغارتمه سی اخذا اولند قده لغ جیب آ =  
 ۶۱۶۳۷۲۶ اوله رق بو وجهله جیلرک لغارتمه لری استخراج برله  
 برجدول اخردرونته وضع اولنه رق نسبت جیبیه جدوللری  
 تسمیه اولنور بوندن لازم کلور که درون رساله ده استخراج  
 اولنمش اولان دستورلرده بولنان جیلر و تمام جیلر عملیاته  
 تطبیق قیلرندن اقدم جیب جدوللرنده بولنان جیب و تمام جیلر  
 تحویل لری ایجابندن اولمغله صورت تحویلی وجهه اتی

### اوزره در

درون رساله ده استخراج اولنمش اولان دستورلرده بولنان  
 جیلرک نصف قطر ربیعنی (۱۰) فرضیه حسابا اولنمش جیلره  
 تحویلی بیاننده در

مثلاً م حرفیه درون رساله ده استخراج اولنمش اولان  
 دستورلرده بولنان جیب ه اشعار اولوب ه حرفیه نصف قطر  
 ربیعنی (۱۰) اولان جیب ه افاده اولند قده اشبو کمیتم  
 کیندن ترکه اعظم اولد یغندن ه = رم اوله رق اشبو



معادله دن م کیتی استخراج اولند قدیم =  $\frac{1}{2}$  اولوب  
 سائرلی دخی بوسیاق اوزده اولمش اولد بوسورتده نصف  
 قطری سر فرض اولنه رق حساب اولمش اولان مثلثات جدد  
 واسطه سیله درون رساله ده استخراج اولنان مثلثات  
 دستورلی حساب اولنور ایکن اشبود ستورلده بولنان جیب  
 و تمام جیب کیتلر دن هر بری ذکر اولنان سر مقدارینه تقیم  
 اولنور و اگر اشبوجیب و تمام جیب کیتلر دن هر برینک برعکس  
 و مکملری برد ستورده بولنور ایسه  $\frac{1}{2}$  ... بلخ مقدارلرینه  
 تقسیم اولنور قالدیکه بالاده ذکر اولنان سر مقدارینک قیمتی  
 جیب جدد وللرینک حسابنده سر = (۱۰) فرض اولند یغندن ایکی  
 طرفک لغارتمه سی اخذا اولند قدیم  $\frac{1}{2}$  = ۱۰ اولور ایمدی بوحمله  
 دکی اولان تعریفات زیرده ایراد اولنه جوقا مثله ده

ایضاح اولنسه کرکدر

المثال

ب جیب ه = ح ماس و

او اوب جیب جدد وللریمزه تطبیق ایچون بالاده اثبات اولنا قاعده  
 موجبده اشبو مثاله بولنان جیب و ماس کیتلری ذکر اولنان

مقدارینه تقسیم ایله

ب جیب ه = ح ماس و

اولوب اشبو معادله نک ایکی طرفه کسردن خلاص برله

ب ر جیب ه = ه ماسع و

اولوبایکی طرفك لغارمه سی اخذ اولندقد

لح ب + لح ر + لح جیب ه = لح ه + ۲ لح ماس و

اونز رق ب س ر و حرفلرینك اراه ایلدكلى قیمتلى محللرینه

وضع برله انساب و نسبت جیبیه جد وللى واسطه سیله دستور

مذكور حساب اولنه بیلور حالبوکه اعطا اولنان دستور

م =  $\frac{\text{حب و}}{\text{حب و}}$  شكلكده بولنسه اشبو جیلری تحویل اقضا ایتمز

چونكه بر كسرك صورتيله مخرجی بر عدده تقسیم ايله قیمتی تغییر

اولند یغندن المذكور كسرك صورتيله مخرجی بر رمقدارینه

تقسیم ايله تحویل اولمیه رق بنه حالى وزره فالور بونقدیرجه

بومحله واقع تعریقات كما فی الاول اوله رق زیرده ایراد اولنجه

امثله دن دخی نمایان اولور

مثلثاته متعلق اولان مسائلك دستورات سابقه

واسطه سیله کیفیت حلاری

بیاننده در

(۹۱) هر مثلثده اوچی ضلع دیگر اوچی زاویه اولوق اوزره التی شی

بولوب اشبو التید بنیضلع اولوق شرطيله اعطا اولنان هر قنغی

معلومات ثلثه دن مجهولات باقیه استخراج اولنه بیلور

ومثللك زوایاسی رأس زوایاده تحریر اولنان حروف ايله تغییر

اولنه رق مقابللری بولنان اضلاع اشبو حروفك حرکه لوسيله

## اشارت وافاده اولنور

شکل ۱۵

(۱۲) هر مثلث اضلاعی موزا ولد قری زاویه لرك جیلرله متباب  
اولور لر زیرام  $\alpha$  مثلثنده زاویه رأسندن  $\alpha$  قاعده سی  
اوزینه یا خود اخراج اولنان قاعده سی اوزینه  $\alpha$  عمودی  
اتزال اولنه رق بکری بشنخی ماده اثبات اولندیغی وزره  
جیب  $\alpha$  م  $\alpha$  = جیب  $\alpha$  م  $\alpha$  =  $\frac{\alpha}{\alpha}$

اولوب کذلک

$$\text{جیب } \alpha \text{ م } \alpha = \text{جیب } \alpha \text{ م } \alpha = \frac{\alpha}{\alpha}$$

اوله رق طرفین بربرینه تقسیم ایله

$$\frac{\text{جیب } \alpha \text{ م } \alpha}{\text{جیب } \alpha \text{ م } \alpha} = \frac{\alpha}{\alpha} \text{ یا خود } \frac{\alpha}{\alpha} = \frac{\alpha}{\alpha}$$

اولور و بومثلثواثبات اولنه بیلور که  $\alpha$  نقطه سندن مقابلی  
بولنان ضلع اوزینه برعمود اخراج ایله  $\frac{\alpha}{\alpha} = \frac{\alpha}{\alpha}$  اولوب  
هرقنی مثلثدن ضلع لرك بربرینه نسبتی موزا ولد قری زاویه  
جیلرینک بربرینه نسبتی کبی اولوب مطلوب ثابت

اولور

نتیجه بر مثلث اضلاع وزوا یا سندن هر قنی اوچی معلوم اولسه

$$\frac{\alpha}{\alpha} = \frac{\alpha}{\alpha}$$

بجهولات باقیه سیاشبو

$$\frac{\alpha}{\alpha} = \frac{\alpha}{\alpha}$$

$$180 = \alpha + \alpha + \alpha$$

دستورات ثلثه واسطه سیله استخراج اولنه بیلور شول

شرطه که معلومات مذکوره دن بری ضلع اوله زبرا اضلاع  
ایله زوایا بینند اولان بالاده محراییکی دستوره  $\bar{m} \bar{b} \bar{c}$   
مجهولری بولمغین ایکی معادله اوج مجهولی حاوی اولوب قاعدت  
جبر اوزره حللری ممکن اولمیه رق یا لکز بینلرنده اولان تناسب  
استعلام اولنه بیلورواشبو ماده دهنده دخی بقصور اولنسه  
مثلاث متشابه کثیره نک مختلف الاضلاع اولمردن نشئت  
ایلدیکی ظاهر اولور

(۱۲) بر مثلثك اضلاع وزوایا سندن بری ضلع اولوق اوزره  
هر قنئی اوچی معلوم اولسه فرق برنجی ماده نک دستور لریله  
مجهولات باقیه استخراج اولنه بیلورایسه ده ذکر اولنه جوق  
دعوانك حلتنه دستورات مذکوره تطبیق اولنه مدیغند  
استثنا اوله رق دعوی مشکوکه اطلاق اولور شوبله که  
 $\bar{m} \bar{b} \bar{c}$  مثلثدن  $\bar{m} \bar{b} \bar{c}$  ضلعلری وبریله موتر اولان  $\bar{m}$   
زاویه سی معلوم اولوب  $\bar{b}$  زاویه سنك استخراجی مطلوب  
اولسه معلوم اولان زاویه ناك موتر اولدیغی ضلعك مجهول  
اولان زاویه نك موتر اولدیغی ضلعدن یعنی  $\bar{m}$  ضلعك  $\bar{b}$  ضلعك  
اعظم اولسی اقتضا ایدر زیرا  $\bar{m} \bar{b} \bar{c}$  مثلثك  $\bar{m} \bar{b}$  ضلعی  $\bar{b}$   
جهته اخراج اولنوب  $\bar{m} \bar{b}$  ضلعنه مساوی  $\bar{c}$  قطع وه  $\bar{c}$   
نقطه لری بینی وصل اولند فده  $\bar{m} \bar{b} \bar{c}$  جیب  $\bar{b} =$  جیب  $\bar{c}$   
جیب  $\bar{m}$  اولمغین  $\bar{b}$  زاویه سیله  $\bar{c}$  زاویه سندن قنئسی استخراج

شکل  
۱۶



م مثلك اضلاع م ت م فرض ولوب م زاویه سنك  
نصفك جیبی استخراج ایتك مراد اولسه اولاد عوای اقدمدن  
ظاهر اولدینماوزده

$$۱ + \text{تمام جیب م} = \frac{ت + ۲ع - ۲م}{۲ت}$$

اولغین اشبو عدد صیغ مع الكسر سطا اولندقدہ

$$۱ + \text{تمام جیب م} = \frac{ت + ۲ع - ۲م}{۲ت}$$

$$= \frac{ت(۲ + م) - ۲م}{۲ت}$$

اولوب مضروبینه حل اولندقدہ

$$= \frac{ت(ت + ۲ع - ۲م)}{۲ت}$$

اوله رق نصف مجموع اضلاع م فرضیلہ

$$۵ - م = \frac{۱}{۴} (ت + ۲ع - ۲م)$$

$$= \frac{۱}{۴} (ت - ۲ع - ۲م)$$

اولغین بالاده استخراج اولنان دستورده محلنه وضع اولندقدہ

$$۱ + \text{تمام جیب م} = \frac{۲(۲ - م)}{۲ت}$$

۱ + تمام جیب م ایچون مساویسی اولان ۲ تمام جیب ۱/۴ محلنه اقله  
وایک طرفده مشترک اولان کیات ترك و طرفینك جزاری  
اخذ اولندقدہ

$$\text{تمام جیب م} = \frac{۱}{۴} (۲ - م)$$

اولوب مطلوب حاصل اولور

(۴۶) بر مثلثك اضلاع ثلثه سو معلوم اوله رق روایا سندن

هر قفسه‌تک نصفه‌تک جیبی استخراج ایتکه طریقه‌در مثلاً  
 شکل اماده ۱۲) ب م ه مثلثک اضلاع ثلثه سی معلوم اوله رق  
 م زاویه سی نصفه‌تک جیبی استخراج ایتکه مراد اولسه طریقه  
 بووجهله در

$$\text{جیب } \frac{1}{4} \text{ م} = 1 - \text{تمام جیب م} = 1 - \frac{\frac{1}{4} \text{ م} + \frac{1}{4} \text{ م} + \frac{1}{4} \text{ م}}{2} = \frac{2 - (\frac{1}{4} \text{ م} + \frac{1}{4} \text{ م})}{2}$$

$$= \frac{2 - (\frac{1}{4} \text{ م} + \frac{1}{4} \text{ م})}{2}$$

اولوب نصف مجموع اضلاع ایچون ه وضع اولندقه

$$\text{ه} - \text{ت} = \frac{1}{4} \text{ م} + \text{ت} + \text{ه} - \text{ت} = \frac{1}{4} \text{ م} + \text{ه} - \text{ت}$$

$$\text{وگنا} \quad \text{ه} - \text{ه} = \frac{1}{4} \text{ م} + \text{ت} - \text{ه}$$

اولوب مساویلر برلرینه وضع برله

$$\text{جیب } \frac{1}{4} \text{ م} = \frac{2 - (\text{ت} - \text{ه}) + (\text{ه} - \text{ت})}{2}$$

اولوب طرفین ۲ عدده تقسیم وجزر لری اخذ اولندرق

$$\text{جیب } \frac{1}{4} \text{ م} = \frac{2 - (\text{ت} - \text{ه}) + (\text{ه} - \text{ت})}{2}$$

اولغین جیب  $\frac{1}{4} \text{ م}$  تحصیل اولمش اولور

تنبیه اشبود عوی بله دعوی سابقده جزیه علامتک ایکی  
 اشارتی وارایسه ده زائد علامتنه اعتبارا ولنور زیرام زاویه سی  
 مثلثده واقع اولغین ۱۸۰ درجه یعنی ایکی زاویه قائمه دن اقل  
 اوله رق ( اصول هندسه مقاله ۳) جیبیله تمام جیبی ناسد

اولمش اولور

(۱۷) بر مثلثك اضلاع ثلثه سی معلوم ایکن زوایا سندن هر قیضك

جینی استخراج بو وجهله در

$$\begin{aligned} \text{جیب } م = ۱ - \text{تمام جیب } م &= (۱ + \text{تمام جیب } م) (۱ - \text{تمام جیب } م) \\ &= (۱ + \frac{\text{تآ} + \text{جآ}}{\text{تآ} + \text{جآ}}) (۱ - \frac{\text{تآ} + \text{جآ}}{\text{تآ} + \text{جآ}}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{۱}{\text{تآ} + \text{جآ}} (تآ + \text{جآ} - \text{تآ} - \text{جآ}) \\ &= \frac{۱}{\text{تآ} + \text{جآ}} (تآ + \text{جآ} - \text{تآ} - \text{جآ}) \\ &\text{کافی السابقه نصف مجموع اضلاع فرض اولنه رقاشبو مضروبات} \\ &\text{اربعة نك مساویری برلرینه وضع اولندقدن} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{۱}{\text{تآ} + \text{جآ}} (تآ + \text{جآ} - \text{تآ} - \text{جآ}) \\ &= \frac{۱}{\text{تآ} + \text{جآ}} (تآ + \text{جآ} - \text{تآ} - \text{جآ}) \\ &\text{جیب } م = \frac{\text{تآ} + \text{جآ}}{\text{تآ} + \text{جآ}} (تآ + \text{جآ} - \text{تآ} - \text{جآ}) \\ &\text{اولوباشبو جیب دستوری و تمام جیب دستوری بربریا وزینه} \\ &\text{تقسیم اولندقدن} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\text{تآ} + \text{جآ}}{\text{تآ} + \text{جآ}} (تآ + \text{جآ} - \text{تآ} - \text{جآ}) \\ &= \frac{\text{تآ} + \text{جآ}}{\text{تآ} + \text{جآ}} (تآ + \text{جآ} - \text{تآ} - \text{جآ}) \\ &\text{ماس } م = \frac{\text{تآ} + \text{جآ}}{\text{تآ} + \text{جآ}} (تآ + \text{جآ} - \text{تآ} - \text{جآ}) \\ &\text{اولوب مطلوب حاصل اولور} \end{aligned}$$

قائم الزاویه مثلثلری دستور لرینك لغارتمه دستور لرینه تحویلی  
بیاننده در

(۱۸) اولابر مثلث قائمه الزاویه ده زاویه قائمه و بر ضلع و جز دیگری  
معلوم ایکن مجهولات باقیه فی استخراج اینك طریقیدر مثلاً  
م ب ه مثلث قائم الزاویه ده ه زاویه سی قائمه اولوب م زاویه  
حاده سی و ه ضلعی معلوم اوله رقاشبو معلومات ثلثه دن  
مجهولات باقیه استحصالی مراد اولنسه  $\frac{\text{تآ}}{\text{تآ}} = \text{تمام جیب } م$  و  $\frac{\text{جآ}}{\text{تآ}}$



= جیب اولدیغندن ایکی طرفک لغارتمه لری اخذ اولندقدن

$$\left. \begin{aligned} \text{ل} \text{ع} \text{ك} &= \text{ل} \text{ع} \text{ء} + \text{ل} \text{ع} \text{تمام جیب م} - ۱۰ \\ \text{ل} \text{ع} \text{م} &= \text{ل} \text{ع} \text{ء} + \text{ل} \text{ع} \text{جیب م} - ۱۰ \end{aligned} \right\}$$

اشبوا یکی معادله دن ت ایله م ضلع لری تحصیل برله م زاویه سی  
معنوم اولدیغندن زاویه ت = ۹۰ - م اولغین ت زاویه سی  
دخی معلوم اولوب مطلوب حاصل ولور

تنبیه درون دعواده اعطاء اولنان معلومات ثلثه دن بری  
م زاویه سی اولیه رق ت زاویه سی اولش اولسه مجهولات  
باقیه نك استخراجی بینه بوجهله در

ثانیام زاویه سیله ت ضلعی معلوم اوله رق مجهولات باقیه نك  
استخراجی بووجهله در

$$\frac{\text{ح}}{\text{ج}} = \frac{\text{قاطع م}}{\text{و م}} = \frac{\text{ماس م}}{\text{ماس م}}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ل} \text{ع} \text{ء} &= \text{ل} \text{ع} \text{ك} + \text{ل} \text{ع} \text{قاطع م} - ۱۰ \text{دستورندن م ضلعی} \\ \text{ل} \text{ع} \text{م} &= \text{ل} \text{ع} \text{ك} + \text{ل} \text{ع} \text{ماس م} - ۱۰ \text{دستورندن م ضلعی} \end{aligned} \right\}$$

تحصیل اولنوب ت = ۹۰ - م اولدیغندن ت زاویه سی دخی  
معلوم اولش ولور

ثالثام زاویه سیله م ضلعی معلوم اوله رق مجهولات باقیه  
مطلوب اولسه

$$\frac{\text{ح}}{\text{ج}} = \frac{\text{ماس م اولغین ت}}{\text{ماس م}} = \frac{\text{ماس م}}{\text{ماس م}} \text{یا خود} = \frac{\text{ماس م}}{\text{ماس م}}$$

طرفینک لغارتمه لری اخذ اولندقدن

لع ت = لع م - لع ماس م + ۱۰ یا خود = لع م + لع تمام ماس م  
 - ۱۰ وینه  $\frac{۱۰}{۱۰}$  = جیب م اولمغین  $\frac{۱۰}{۱۰}$  = جیب م با خود = م  
 تمام قاطع م اولوب طرفینک لغارمه لری اخذ برله  
 لع  $\frac{۱۰}{۱۰}$  = لع م - لع جیب م + ۱۰ یا خود = لع م + لع تمام قاطع م -  
 ۱۰ اولوب ب = ۹۰ - م اولد یغدن ب زاویه سیدخی معلوم  
 اولمش اولور

رایغا م و ت ضلع لری معلوم اوله رق مجهولات باقیه  
 مطلوب اولسه ماس م =  $\frac{۱۰}{۱۰}$  اولمغین لع ماس م = لع م - لع ت = ۱۰  
 وینه  $\frac{۱۰}{۱۰}$  = قاطع م اولمغین لع  $\frac{۱۰}{۱۰}$  = لع ت + لع قاطع م - ۱۰  
 اولوب م زاویه سیله  $\frac{۱۰}{۱۰}$  ضلعی معلوم اوله رق باقی قلان ب زاویه  
 دخی ب = ۹۰ - م دستورندن تحصیل اولنور قالدی که  $\frac{۱۰}{۱۰}$   
 ضلعی طریق اخرا یله دخی استخراج اولنه بیلور چونکه اصول هندسه  
 بیان اولندیغی وزره و تر قائمه مزجی ضلعین باقین مر بعلری مجموعنه  
 مساوی اولمغین  $\frac{۱۰}{۱۰}$  =  $\frac{۱۰}{۱۰}$  (م + ت) اولوب  $\frac{۱۰}{۱۰}$  ضلعی استخراج اولنور  
 ایسه ده م و ب ضلع لری اعظم اولدقجه تربیع لری و مجموعنک  
 جذری مر عسیر اولمغین بالاده ذکر اولنان قاعده هر حالده  
 اشبو قاعده اخیره اوزرینه ترجیح اولنه بیلور

خامس  $\frac{۱۰}{۱۰}$  و م ضلع لری معلوم اوله مجهولات باقیه مطلوب  
 اولسه جیب م =  $\frac{۱۰}{۱۰}$  و لع جیب م = لع م - لع  $\frac{۱۰}{۱۰}$  + ۱۰  
 وینه  $\frac{۱۰}{۱۰}$  = تمام جیب م و لع ت = لع  $\frac{۱۰}{۱۰}$  + لع تمام جیب م - ۱۰

اوله رق مطلوب حاصل اولور و اکرم زاویه سنی استخراج

ابتیه  $\text{رك ت ضلعی مطلوب اولسه بو وجهله در}$

$$\text{ت}^2 = \text{ح}^2 - \text{م}^2 = (\text{ح} + \text{م})(\text{ح} - \text{م})$$

ایکی طرفك لغارتمه لری اخذا اولنه رق

$$\text{لع ت} = \frac{1}{4} \{ \text{لع}(\text{ح} + \text{م}) + \text{لع}(\text{ح} - \text{م}) \}$$

اولوب مطلوب اولان ضلعك مقداری بو وجهله دخی تحصیل

اولتمش اولور

مائل الزوایا مثلث لری دستور لرینك لغارتمه دستورینه تحویلی

بیاننده در

(۹۹) بر مثلث مائل الزاویه ده ایکی زاویه و بینلرنده واقع

ضلع معلوم ایکن مجهولات باقیه سنی استخراج بو وجهله در

مثلا  $\text{م}^2 = \text{ح}^2 - \text{ز}^2$  زاویه لر یله ب ضلعی معلوم اولسه

$$\text{چونکه } \text{م} + \text{ب} + \text{ح} = ۱۸۰ \text{ اولغین ب} = ۱۸۰ - (\text{م} + \text{ح})$$

اولوب ب زاویه سی معلوم اولور

وینه  $\text{م} = \text{ت} \cdot \frac{\text{جیب ب}}{\text{جیب ح}}$  اولدیغندن ایکی طرفك لغارتمه سی

اخذا اولندقد  $\text{لع م} = \text{لع ت} + \text{لع جیب م} - \text{لع جیب ح}$  اوله رق

$\text{م}^2 = \text{ضلعی معلوم اولور و کذا } \text{ت} = \frac{\text{جیب ح}}{\text{جیب ب}}$  اولوب لغارتمه یه

تطبیق یله

$\text{لع ح} = \text{لع ت} + \text{لع جیب ح} - \text{لع جیب ب}$  اولوب اشبودستور

ایله  $\text{ح}^2 = \text{ضلعی دخی استخراج اولتمش اولور}$

بنیه بالاده استخراج اولنان لغایت دستور لرنده جیب ب  
محله جیب (م + ح) وضع اولنه ییلورزیرا (ماده ۲۰۰) تفریف  
اولندیغی وزره بر زاویه نك جیبی متممك جیبینه  
مساویدر

شکل  
۱۸

(۵۰) بر مثلث مائل از زاویه ده ایکی زاویه و بر پله مونزا اولان  
ضلع معلوم ایکن مجهولات باقیه استخراجی مطلوب بدر  
مثلام و ح زاویه لر پله م ضلعی معلوم اولسه  
$$b = 180 - (m + c)$$

و ت = م جیب م اولغین لع ت = لع م + لع جیب ب - لع جیب م  
یاخود  
= لع م + لع جیب (م + ح) - لع جیب م  
وینه ح = م جیب م اولوب لع ح = لع م + لع جیب ح - لع جیب م  
اولور

(۵۱) بر مثلث مائل از زاویه ده ایکی ضلع و بینلرنده واقع زاویه  
معلوم ایکن مجهولات باقیه سنخ استخراج مطلوب اولسه  
طریق بوجوهله در

ب و ح زاویه لرینك استخراجی ایچون

$$b + c = 180 - m \text{ اولغین } \frac{1}{4} (b + c) = \frac{1}{4} (180 - m) \text{ اولور}$$
  
قالدیكه انفا اثبات اولندیغی وزره

$$\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \text{ اولغین طرفینه واحد ضم و طرفیندن واحد طرح}$$
  
اولنوباشبوجوع ایله باقی بر برینه تقسیم اولندقد

$$\frac{ب + \frac{1}{2}ا}{\frac{1}{2}ا} = \frac{جیب + جیب}{جیب} = \frac{ماس + ماس}{ماس} = \frac{ب + ا}{ا}$$

حاصل اولوب عندالمهندسين مشهور و متعارف اولان دعوی  
یعنی بر مثلثده ایکی ضلع و بیننده واقع زاویه معلوم اولسه  
بمجموع ضلعینک تفاضل ضلعینه نسبتی فوق القاعده بولنان ضلع مجموع  
زاویتین ماسنک ضلع تفاضل زاویتین ماسنک ماسنه  
نسبتی کجا اولدینی ظاهر اولور ایدی دستور مذکورک طرفین  
عکس اولنه رق لغارتعه نه تطبیق اولندقه

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}ا + ماس &= (ا - ب) - لع (ب - ا) - لع (ا + ب) + لع تمام ماس + ا \\ \frac{1}{2}ا (ا - ب) &= بوجهله معلوم اولغله \frac{1}{2}ا (ا + ب) + دخی معلوم اولدینغله \\ ب &= \frac{1}{2}ا (ا + ب) + \frac{1}{2}ا (ا - ب) \\ ا &= \frac{1}{2}ا (ا + ب) - \frac{1}{2}ا (ا - ب) \end{aligned}$$

ب و ا زاویه لرندن هر بری معلوم اوله رق اشبوم =  $\frac{ا}{جیب ا}$   
دستوريله ضلع باقیسی دخی استخراج اولنوب مطلوب حاصل  
اولور

(۵۲) بر مثلث مائل الزاویه ده ایکی ضلع و بريله موثر زاویه معلوم  
اوله رق باقی ضلعيله زوایا سنی استخراج مطلوب اولسه  
(ماده ۴۳) اراء اولدینی وزره م ضلعی ت ضلعندن بیولک  
اولدقجه دعوانک حلالی مشکوک اولور لکن م ضلعی ت ضلعندن  
اعظم اولدینی حالده مجهولات باقیه نک استخراجی بوجهله در  
جیب ب =  $\frac{ا}{جیب ا}$  اشبوم معادله ده بولنان ب زاویه سی ۹۰

درجه دن اقلدر

وینه  $\alpha = 180 - (b + m) = \mu$  جیب  $\mu$  اولوب لغارتمه یه  
تطبیق اولنه رق مجهولات باقیه استخراج اولور

(۵۳) بر مثلث مائل الزاویه نك جميع اضلاع معلوم اوله رف  
نوا یای مجهوله سنی استخراج مطلوب اولسه زیرده محدد  
دستورات واسطه سیله مطلوب حاصل اولور

$$\text{جیب } \mu = \frac{b}{\sin \alpha} \quad \alpha = (90 - b) \quad (90 - \mu)$$

$$\text{جیب } \frac{1}{4} \mu = \frac{b}{\sin \alpha} \quad \alpha = (90 - b) \quad (90 - \mu)$$

$$\text{تمام جیب } \frac{1}{4} \mu = \frac{b}{\sin \alpha} \quad \alpha = (90 - b) \quad (90 - \mu)$$

$$\text{ماس } \frac{1}{4} \mu = \frac{b}{\sin \alpha} \quad \alpha = (90 - b) \quad (90 - \mu)$$

شکل  
۱۹

(۵۴) بر مثلث مائل الزاویه نك ثلاثة معلومه سسندت  
مساحه سنی استخراج ایتمك طریقیدر مثلث  $\alpha$  م مثلثك  
مساحه سنی استخراج مراد اولنسه  $\alpha$  نقطه راسندن  $\alpha$  م قاعده  
اوزرینه یا خود اخرج اولنان  $\alpha$  م قاعده سنی اوزرینه  $\alpha$  م عمود  
ازال اولند قده  $\alpha$  م مثلثك مساحه سنی قاعده سنك عمودینه  
حاصل ضربنك نصفه مساوی اولغین

$$\text{مساحه مثلث} = \frac{1}{2} \mu \times b = \frac{1}{2} \mu \times m \quad \text{جیب } \alpha \quad \mu \quad b$$

اولوب (ماده ۴۷) ارائه اولندیغی اوزره

$$\text{جیب } \mu = \frac{b}{\sin \alpha} \quad \alpha = (90 - b) \quad (90 - \mu)$$

ولمخین مساویسی محله وضع اولندقد.

$$\text{مساحه مثلث} = \frac{1}{2} (م-س) (م-ت) (م-و) (م-ه)$$

اولوب مطلوب حاصل اولور

(۵۵) بر مثلث اضلاع ثلثه معلومه سندن داخلنه وخارجنه

مرسوم دائره لك نصف قطري استخراج اولنه بيلور شوبله كه

اولا نواياي ثلثه سني تنصيف ايدن خط لك تقاطع نقطه سي

اولان ونقطه سندن اضلاع ثلثه سي اوزدربنه وه وق وه

عمود لري اخراج اولندقد اشبو خط لردن هر بری مثلث مذکور لك

داخلنه مرسوم دائره لك نصف قطري اولوب ( اصول هندسه

مقاله دعوی ) ونقطه سي دخی مرکز دائره اولمش اولور

قالد بکه اشبو نصف قطر لردن هر بری سرفرض اولندقد

مساحه مثلث م ب ه = مساحه مثلث م و ه + مساحه مثلث

ح و ب + مساحه مثلث م و ت اولور لکن م و ه مثلث مساحه

( ماده ۵۰ ) =  $\frac{1}{2} (م-س) (م-ت) (م-و) (م-ه)$  اولمخین

$$\frac{1}{2} (م-س) (م-ت) (م-و) (م-ه)$$

$$= \frac{1}{2} م + \frac{1}{2} م + \frac{1}{2} م + \frac{1}{2} م$$

$$= \frac{1}{2} م + \frac{1}{2} م + \frac{1}{2} م + \frac{1}{2} م = \frac{1}{2} م (م-س) (م-ت) (م-و) (م-ه) \text{ اولوب}$$

م ب ه مثلث داخلنه مرسوم دائره لك نصف قطري حاصل

اولور و بینه مثلث مذکور لك اضلاع ثلثه سي وه نقطه لرنده

تنصيف اولوب اشبو تنصيف نقطه لرندن بر بری ونقطه سنده

شکل

شکل  
۲۱

قطع ایدیمی هر وء وف وعمود لری اخراج اولند قده اشبو ونقطه به  
 مثك مذكورك خارجنه مرسوم دائره نك مركزی اولوب وه  
 وم وب خطلرند، هر بری دخی نصف قطر لری اولش اولور  
 (اصول هندسه مقاله ۴ دعوی ۵ وینه اشبو نصف قطر لدن  
 هر بری سر فرضایله

زاویه ب م =  $\frac{1}{4}$  زاویه ب وه (مقاله ۳ دعوی ۲۰ من اصول هند)

جیب م = جیب  $\frac{1}{4}$  ب وه - جیب ب وه =  $\frac{1}{2}$  ب وه -  $\frac{1}{2}$  م وه

بواجلدن (ماده ۴۷)

$$\frac{1}{2} \sqrt{4} = \frac{1}{2} \sqrt{(م - ه) (م - ت) (ت - ه) (ه - ح)} = \frac{1}{2} \sqrt{4} = 1$$

اولوب مثك مذكورك خارجنه مرسوم دائره نك نصف قطر لری  
 دخی معلوم اولوب مطلوب حاصل اولور

تنبيه اتفاقیت استخراج لری تقریفا ولناں جدا ویل جیوب بین  
 المهندسین استعمال ولناں جدا ویل عادیه اوله رق جدا ویل  
 مذکوره ده تفاضل لری بر دقیقه اولان زوایا نك جیبلری  
 مندرج اولوب ثنائی جیبلرندن صرف نظر اولمشدر لکن زیاده  
 موضوع امثله ده بعض مثلك زوایا سنده درجات ودقایقندن  
 ماعد ثنائی دخی بولمغین اشبو درجات ودقایق بجهیبی جدا ویل  
 مذکوره ده بعد التقویس توانیسنك جیب وتمام جیبینی  
 تحصیل ضمننده اقتضایدن دستور عمومینك استخراجی اچمچون



زبرده اش بود عوی وضع اولندی

توانی بی حاوی اوله رق جدا ویل جیو بدیه جیوی موجود اولیات  
 زوایانک جیونی و معلوم الجیوبه اولان زوایانک درجات و دقائق  
 و توانیستی استخراج ایچون بردستور عمومی تحصیل اینمثل  
 طریقیدر مثلاً درجات و دقائق بعد عبارت فرض اولیات  
 هر قننی بر م زاویه معلومه سنده ت مقدار ی توانی بولنه رق  
 زاویه مذکوره نک جیب و تمام جیبینی لم و هر قننی اعطا اولیات  
 بر جیب و تمام جیب کینک زاویه سقا استخراج ایچون دستور  
 عمومی استحصالی مراد اولنسه

اولا جیب (م + ت) = جیب م +  $\frac{\text{جیب (م + ت) - جیب م}}{\text{جیب م}}$   
 اولوب معترضه درو سنده واقع حد ثانی نک صورتی اولان اشبو  
 جیب (م + ت) - جیب م ذو حد یینی حل اولند قده  
 جیب (م + ت) - جیب م = جیب م تمام جیب ت + تمام جیب جیب ت  
 = تمام جیب م جیب ت - جیب م (تمام جیب ت)  
 = تمام جیب م جیب ت (۱ - ماس م جیب ت)  
 = تمام جیب م جیب ت (۱ - ماس م جیب ت)  
 = تمام جیب م جیب ت (۱ - ماس م ماس ت)  
 اوله رق معترضه درو سنده واقع حد ثانی صفر غایت فریب اولند قده  
 زلز اولوب جیب (م + ت) - جیب م ذو حد یینک اشبو استخراج  
 اولیات مساویسی محطه وضع اولند قده

جیب (م + ت) = جیب م (۱ + تمام ماس م جیب ت)  
 طرفینک لغارتمه لری اخذ اولند قد

لع جیب (م + ت) = لع جیب م + لع (۱ + تمام ماس م جیب ت)  
 لع جیب (م + ت) - لع جیب م = لع (۱ + تمام ماس م جیب ت)  
 اشبو معادله نك طرف یمنه بر دفعه اون ضم و بر دفعه اون طرح اولند  
 { ۱۰ + لع جیب (م + ت) } - { ۱۰ + لع جیب م } = لع (۱ + تمام ماس م جیب ت)  
 اولوب ل حرفله نسبت جیبیه لغارتمه سی شعارا اولند رق

ل جیب (م + ت) - ل جیب م = لع (۱ + تمام ماس م جیب ت)  
 اشبو معادله نك طرف یساری لغارتمه دستور لری واسطه سیله حل اولند  
 ل جیب (م + ت) - ل جیب م =  $\frac{۱}{۱۰}$  (تمام ماس م جیب ت -  $\frac{۱}{۱۰}$  تمام ماس م)  
 جیب ت + ل (اوله رق تمام ماس م جیب ت کیتمک بر بنجی قوی اخذ اولند)  
 قوای باقیه سی غایت اصغرا ولد قلرندن ترك اولند قد

ل جیب (م + ت) - ل جیب م =  $\frac{۱}{۱۰}$  تمام ماس م جیب ت  
 دستوری حاصل اولوب اشبو دستوره ت محلنه  $\frac{۱}{۱۰}$  وضع ایله  
 ل جیب (م + ت) - ل جیب م =  $\frac{۱}{۱۰}$  تمام ماس م جیب ت  
 دستور اول دستور ثانی اوزدینه تقسیم اولند قد

$$\frac{\text{ل جیب (م + ت)}}{\text{ل جیب (م + ت)}} = \frac{\text{ل جیب م}}{\text{ل جیب م}} = \frac{\text{جیب ت}}{\text{جیب م}}$$

اولور لکن غایت اصغرا ولان زاویه لرك بر برینه نسبتی جیلرینك بر برینه  
 نسبتی کی اولد یغندن

$$\frac{\text{ل جیب (م + ت)}}{\text{ل جیب (م + ت)}} = \frac{\text{ل جیب م}}{\text{ل جیب م}} = \frac{\text{ت}}{\text{م}}$$

اولوب استخراجی مطلوبی اولان دستور عموما ولش اولور

مثال —

بالاده استخراج اولنان دستور تطبیقا لع جیب  $۱۶۰۴۰ = ۱۶۰۴۰$   
 کیتمک استخراجی مراد اولنسه اولام  $۱۶۰۴۰ = ۱۶۰۴۰$  وم  $۱۶۰۴۰ = ۱۶۰۴۰$  وم  
 ت  $۱۶۰۴۰ = ۱۶۰۴۰$  اولغین دستور مذکورده اشبو مساوی لر  
 محلی رینه وضع اولند قده

لع جیب  $۱۶۰۴۰ = ۱۶۰۴۰$  - لع جیب  $۱۶۰۴۰ = ۱۶۰۴۰$   
 لع جیب  $۱۶۰۴۰ = ۱۶۰۴۰$  - لع جیب  $۱۶۰۴۰ = ۱۶۰۴۰$   
 اولوب لع جیب  $۱۶۰۴۰ = ۱۶۰۴۰$  کیتی معادله نك بر طرفنده یا لکر اولدغی  
 حالده براقلد قده

لع جیب  $۱۶۰۴۰ = ۱۶۰۴۰$  - لع جیب  $۱۶۰۴۰ = ۱۶۰۴۰$  + (لع جیب  $۱۶۰۴۰ = ۱۶۰۴۰$ )  
 اولوب طرف یسارک لغارتمه لری اخذ اولنوب دستورک اراشه  
 بلدیکی عمل اجرا اولند قده

لع جیب  $۱۶۰۴۰ = ۱۶۰۴۰$  -  $۹۰۰۷۱ + ۹۰۰۷۱۶۷۸۰ = ۱۶۰۴۰$

$۸۱۴ + ۹۰۰۷۱۶۷۸۰ =$

$۹۰۰۷۱۷۰۹۹ =$

اوله رق  $۱۶۰۴۰ = ۱۶۰۴۰$  یعنی  $۱۶۰۴۰$  درجه  $۱۶۰۴۰$  دقیقه  $۱۶۰۴۰$  ثانیه نك نسبت

جیبیه سی ولش اولور

مثال —

وکنایا بالاده استخراج اولنان دستور واسطه سیله اعطا اولنان  
 $۹۰۰۷۱۷۰۹۹$  نسبت جیبیه نك جدولدن درجه و دقیقه سی

معلوم اوله رق ثانیه سنک استخراجی مراد اولنسه اولاشجو

$$\frac{\text{لجیب } (م + ت) - \text{لجیب } م}{\text{لجیب } (م + ت) - \text{لجیب } م} = \frac{ت}{م}$$

دستورده لجیب (م + ت) = ۹۴۷۱۷۰۹۹ اولوب اشبوجیب

نسبت جیبیه جدولندن تقویس اولند قدّه مطابق بولنان ۱۷۰۹۹

یعنی ۱۷ درجه ۱۴ دقیقه نك نسبت جیبیه سی اولان ۹۴۷۱۶۷۸۰

دستورده لجیب م کیتیله اشعار اولمغین ۱۷۰۹۹ زاویه نك

برزیاده سی اولان ۱۷۰۹۹ یعنی ۱۷ درجه ۱۰ دقیقه نك نسبت جیبیه

دخی ۹۴۷۲۰۸۰۶ اولدیغندن دستورده واقع کیتلرک

مساویلی محللرینه اقامه اولند قدّه

$$\frac{ت}{م} = \frac{۹۴۷۱۶۷۸۰ - ۹۴۷۱۷۰۹۹}{۹۴۷۱۶۷۸۰ - ۹۴۷۲۰۸۰۶}$$

اوله رق اشبو معادله ده ت کمیته معادله نك بر طرفنه بالکر

بر اقلدقن

$$\frac{۸۱۴۳۶۰}{۲۰۷۱} = ت$$

$$۱۴ =$$

اولوب اعطا اولنان اشبو ۹۴۷۱۷۰۹۹ - ۹۴۷۱۶۷۸۰ نسبت جیبیه نك ۱۷۰۹۹

یعنی اون یدی درجه اون درت دقیقه سی جدولدن اخذ اولوب

ثانیه سی دخی اشبو دستور واسطه سیله استخراج اولنه رق

اون ایکی ثانیه اولدیغنی ظاهر اولور

بالاده استخراج اولنان لغارتمه دستور لرندن قائم الزاویه

مثللری دستور لرینک اعداد ایله اجرایی

## الامثله

م ب = مثلك قائمه الزاويه ده م زاويه سي = ٨ = ٣٠ و م ب ضلعي

= ٢٨٨ اولدني معلوم اوله رق مجهولات باقيه نك استخراجي

مطلوبدرا ولا اشبوا عطا اولنان معلوماندن م ب = ضلعيك

استخراجي مطلوببا ولسه (ماده ٤٨) شوقاينسنده تحصيل اولنان

$$\text{لع م} = \text{لع ت} + \text{لع ماس م} - ١٠$$

دستورنده م و م كميترينك اعطا اولنان قيمتري محلرينه

$$\text{وضع اولنه رق} \quad \text{لع م} = \text{لع ٢٨٨} + \text{لع ماس ٨} = ٣٠ - ١٠$$

لغارتمه لري اسباب جدوللرندن اخذايلاه محلرينه اقامه اولدندك

$$\text{لع م} = \text{لع ٢٨٨} + \text{لع ماس ٠٨} = ٣٠ - ١٠$$

$$\begin{array}{r} ٤٤٥٩٣٩٢٥ \\ ١٠١٢٤١٨٩٨ \\ \hline ٤٢٠٥٨٤٣٨٢٣ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ١٠١٢٤١٨٩٨ \\ ٤٢٠٥٨٤٣٨٢٣ \\ \hline ٣٨٤٠٠٥ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ٣٨٤٠٠٥ \\ \hline ٣٨٤٠٠٥ \end{array}$$

اوله رق م ب = ضلعي استخراج اولتمش اولور

ثانيا بالاده اعطا اولنان معلوماندن م ب و ترينك استخراجي

مطلوببا ولسه ينه (ماده ٤٨) شوقاينسنده

$$\text{لع م} = \text{لع ت} + \text{لع قاطع م} - ١٠$$

اولمخين مساويلري محلرينه وضع برله

$$\text{لع م} = \text{لع ٢٨٨} + \text{لع قاطع ٠٨} = ٣٠ - ١٠$$

لغارتمه لري اخذايلاه

شکل  
١٧

$$\text{لع} = ۲۸۸ + \text{لع قاطع} = ۰.۴۰۸ - ۱۰$$

$$\begin{array}{r} ۲۰۴۰۹۳۹۱۵ \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰ \\ ۲۰۴۰۹۳۹۱۵ \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۴۸۷۰۳۶۵ \\ \hline \end{array}$$

م ب ضلعی معلوم اولش اولور

م ب م مثلث قائمه الزاویه ده قائمه بی محیط اولان، ضلع لر دن  
 م ب ضلعی = ۷۶۵ و م ب ضلعی = ۴۷۲ اولدیغی معلوم اوله رق  
 اولان اشبوعا اعطا اولنان معلومان دن م زاویه سنک استخراجی  
 مطلوب اولسه (ماده ۱۸) شق رابعنده واقع لع ماس م = لع م  
 - لع ت + ۱۰ دستورنده م ت کیتلرینک اعطا اولنان  
 قیتماری محله رینه وضع برله

$$\text{لع ماس م} = \text{لع} ۷۶۵ - \text{لع} ۴۷۲ + ۱۰$$

لغاریمه لری اخذ ایله

$$\text{لع ماس م} = \text{لع} ۷۶۵ - \text{لع} ۴۷۲ + ۱۰$$

$$\begin{array}{r} ۲۰۸۸۳۶۶۱۴ \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۲۰۶۷۲۹۳۲۰ \\ ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰ \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۵۸۷۰۳۶۵ \\ \hline \end{array}$$

م زاویه سنک مقداری اولور

اشبوعا اعضا اولنان معلومان دن م زاویه سنک مقداری و جاتی  
 اوزره دخی استخراج اولنده بیلور شویله که اقدجه اخذ اولنان

دستورده مساویری محلی رینه تحریر برله

$$\text{لع ماس م} = \text{لع } ٧٦٠ - \text{لع } ١٠ + ٧٤٢$$

$$= \text{لع } ٧٦٠ + \text{تمام عددی لع } ١٠ + ٧٤٢$$

$$\begin{array}{r} ٢٠٨٨٣٦٦١٤ \\ ٧٠٣٢٦٠٠٨٠ \\ \hline ٢٠٩٧١٩٤٧ \end{array}$$

اولوباشو انسابدن ١٠ مرفوع تمام عددیه ایچون ترك اولند قد  
٢٠٩٧١٩٤ باقی قالور که ٢٤٩٨١٠ یعنی الی سکر درجه  
اون طقوز دقیقه اونوز ایکی ثانیه م زاویه سنک مقداری  
اوله رق بوطر بقایله دخی تحصیل اولمش اولور

خفی اولیه که بر صر ده بولنان ارقام متعدد نك خانه سی عددی  
واحدك اولنه صفر لری شری اولنوب اشبو عدد اخیر دن عدد اول  
طرح اولند قد اشبو طرح دن باقی عدد عدد اولینا تمام عددیه  
شیمه اولنوب هر ایکی عددك تفاضلی مراد اولند قد مطروحك  
تمام عددیه سی مطروح منه ضم اولنوب اشبو مجموعك طرف  
یسارندن برحانه ترك اولند قد باقی عددین مذکور متین بینند که  
تفاضله مساوی اولور زیرا مطروح ٢٠٦ و مطروح منه ٣٣٥  
فرض اولند قد

$$١٠٠٠ - ٣٢٠ + ٧٤٤ = ١٠٠٠ - ٣٢٠ + ٢٠٦ - ١٠٠٠$$

$$١٠٠٠ - ١٠٦٩ =$$

$$٦٩ =$$

اولوب وینه عددین مذکورین طریق عادی ایلده دخی طرح اولندقدہ  
 $۳۲۰ - ۲۰۶ = ۱۱۴$  اوله رق ذکر اولنان قاعده نك صحتی

نمایان اولوب مطلوب ثابت اولور

م ب ء مثلث قائمه الزاویه ده زاویه قائمه بی محیط اولان  
 ضلعلردن ت = ۱۷۲ وم زاویه سی = ۳۲ = ۱۹ = ۸ اولدیغی  
 معلوم اوله رق وتر قائمه بی استخراج مطلوب اولسه (ماده ۱۸)  
 شق رابعيله

$$\text{نع } \hat{c} = \text{لع ت} + \text{لع قاطع م} - ۱۰$$

اولغین ت وم ککینلرینک مساویلی محطلرینه وضع اولندقدہ

$$\text{لع } \hat{c} = \text{لع } ۱۷۲ + \text{لع قاطع } ۳۲ = ۱۹ = ۸ - ۱۰$$

لغارتمه لری اخذ ایلله

$$\text{لع } \hat{c} = \text{لع } ۱۷۲ + \text{لع قاطع } ۳۲ = ۱۹ = ۸ - ۱۰$$

$$\begin{array}{r} ۲-۶۷۳۹۴۲۰ \\ ۱۰-۲۷۹۷۶۴۰ \\ \hline ۲۲۹۰۳۷۰۶۰ \\ \hline ۸۹۸۰۸۹ \end{array}$$

م ب ضلعی استخراج اولنوب مطلوب حاصل اولور  
 الامثله

برمثلث قائمه الزاویه نك قاعده سی = ۳۲ = ۵۳ و عمودی = ۷۵، ۱۸

اولدیغی معلوم اوله رق وتر قائمه ایلله زاوتین حاده تبینی مطلوبدر

جواب زاویه م = ۱۹ = ۳۶ = ۴ = ۲۴ = ۵۳ = ۲۳ = ۹۲

برمثلث قائمه الزاویه ده م ب وتری = ۶۱۳، ۷ و م ب قاعده سی = ۱۷۲، ۸



اولدینغی معلوم اوله رق عموديله زاویه تینی مطلوبدر

جواب زاویه م =  $۱۴۴^{\circ} ۳' ۱۲''$  زاویه ب =  $۱۸^{\circ} ۲۳' ۱۷''$  =  $۸۷^{\circ} ۳۰' ۴۳''$

برمثلث قائمه الزاویه ده م =  $۴۳^{\circ} ۰۲' ۴۷''$  وتر م ب =  $۱۷۳۰۲$  اولدینغی

معلوم اوله رق مجهولات باقیه بی استخراج مطلوبدر

جواب زاویه ب =  $۱۷^{\circ} ۵۴' ۵۰''$  وم =  $۳۸۰۲۴$  اوب =  $۳۴۰۱۰۴$

برمثلث منساوی الساقینک م ب ت ساقلرندن هربری ۲۸۸

اولوب ورأس مثلثده واقع زاویه دخی  $۱۲^{\circ} ۷۸'$  اولدینغی معلوم

اوله رق قاعده مثلث مطلوبدر

جواب قاعده م =  $۳۶۳۰۲۷۰$

انفا استخراج اولنان مثلثات دستورلرندن مائل الزاویه

مثالری دستورلرینک اعداديله اجرایی

م ب ت مثلث مائل الزاویه ده م ت قاعده سی =  $۱۳۷$  م ح ضلعی =

$۱۰۳$  زاویه سی =  $۱۳^{\circ} ۷۸'$  اولدینغی معلوم اوله رق مجهولات

باقیه سی استخراج مطلوبدر

اولا زاویه سنک استخراجی ایچون (ماده ۵۰) تحصیل اولنات

لع جیب ح = لع آ + لع جیب ب - لع ت

دستورنده کیات معلومه نک قیمتلی محالرینه وضع برله

لع جیب ح =  $۱۳۷$  + لع جیب  $۱۳ = ۷۸$  - لع  $۱۰۳$

لغاریله ایخذا اولندقد

لع جیب ح =  $۱۳۷$  + لع جیب  $۱۳ = ۸۷$  + تمام عدیه لع  $۱۰۳$

$$\begin{array}{r}
 21467206 \\
 99907002 \\
 78103086 \\
 \hline
 49467794 \\
 914327
 \end{array}$$

ح زاویه سنك مقدارى اولور

ثانياً اعطاء اولنان معلوماتدن بـ ضلعنك استخراجى مطلوب

اولسه م زاویه سى ب زاویه سيله ح زاویه سى مجموعنك منتهى

$$139 = 26 + 113 = (a + b) - 180 = 180 - 110 = 70$$

$$13 = 33 - 20 = 13$$

$$m = 2 = 13 - 11 = 2$$

لغاريتمه لرى اخذ اولندقك

$$m = 2 = 13 - 11 = 2$$

$$\begin{array}{r}
 21846914 \\
 98130198 \\
 20093498 \\
 \hline
 420069610 \\
 101617
 \end{array}$$

بـ ضاع مطلوبى حاصل اولور

$$m = 2 = 13 - 11 = 2$$

معلومات اوله رق مجهولات باقىده يى استخراج مطلوبدير

اولا اعطاء اولنان معلوماتدن ب زاویه سنك استخراجى بچون

$$m = 2 = 13 - 11 = 2$$



$$\begin{array}{r}
 ۹۰۹۶۶۷۰۰۰ \\
 ۲۰۰۶۸۱۸۵۹ \\
 \hline
 ۰۰۰۰۰۰۰۰۰ \\
 ۰۰۰۰۰۰۰۰۰ \\
 \hline
 ۲۰۰۰۰۰۰۰۰ \\
 ۲۸۶۷۸۰
 \end{array}$$

مـ ب ضلعك مقدارى ۲۸۱۰۷۸۰ اولش اولور

نتیجه بالاده ایراد اولنان امثله ده اعطا اولنان معلومات  
ایکی ضلع و بریله موثر زاویه اولغین مجهولات باقیه دن ضلع  
ثالث استخرجی ضلعین معلومیندن ضلع دیگر ایله موثر  
زاویه نك استخرجنه توقفایده رك ضلع ثالث مذکور لغار تمه  
واسطه سیاه يك عملده تحصیل اولنه مرقال دیکه (ماده ۱۱)

بیان اولنان اشبو

$$\frac{۲۴ - ۲۶ + ۲۸}{۲۸} = \text{تمام جیب م}$$

دستور واسطه سیله ضلع مطلوب يك عملده استخراج  
اولنه بیلور ایسه ده دستور مذکورك لغار تمه به تطبیق ممکن  
دکلدر

مـ بـ مثلث مستویده م زاویه سی = ۲۴، ۱۳، ۴۴ و بـ  
زاویه سی = ۳۸، ۴۶، ۷۹ و م ب ضلعی = ۳۶۸ اولدیغی معلوم  
اوله رق مثلث مذکورده مجهولات باقیه نك استخراجی مطلوبدر  
اولا اشبو اعطا اولنان معلوماتدن مـ ب ضلعك استخراجی  
مراد اولنسه م زاویه سی = ۱۸۰ - (م + ب) = ۵۹، ۵۹، ۵۹  
اولغین (ماده ۵۰)

لع ت = لع جیب ب + لع ۶ - لع جیب ۷  
 = لع جیب ب + لع ۶ + تمام عددیه لع جیب ۷  
 یکیات معلومه نك اعطا اولنان قیمتلى محللرینه وضع  
 اولند قده

لع ت = لع جیب ۳۸ = ۴۶ + ۷۹ + لع ۳۶۸ + تمام عددیه لع جیب  
 ۰۰۰۰۹۰۰۰۰

لغارتمه لری اخذ اولند قده

لع ت = لع جیب ۳۸ = ۴۶ + ۷۹ + لع ۳۶۸ + تمام عددی لع جیب ۰۰۰۰۹۰۰۰۰

$$\begin{array}{r}
 ۱۰۹۱۳۰۰۰۳ \\
 ۲۰۶۰۸۱۷۸ \\
 ۰۰۰۸۱۱۲۸۶ \\
 \hline
 ۱۲۶۴۰۳۲۶۷ \\
 \hline
 ۱۲۶۸۱۱۴
 \end{array}$$

م ضلعنك مقدارى ولىش اولور  
 نانیگا اعطا اولنان معلومانده ت ضلعنك مقدارینى  
 استخراج مطلوب اولسه

لع م = لع ۶ + لع جیب م - لع جیب ۷  
 = لع ۶ + لع جیب م + تمام عددیه لع جیب ۷  
 لم م = لع ۳۶۸ + لع جیب ۳۸ = ۴۶ + ۷۹ + تمام عددیه لع جیب ۰۰۰۰۹۰۰۰۰  
 لغارتمه لری اخذ اولند قده

لع = م = لع ۳۶۸ + لع جیب ۲۱ = ۱۲۰۰ + تمام عددی لع جیب ۱۰۹ = ۵۰۰

$$\begin{array}{r} ۲۰۰۶۰۸۴۷۸ \\ ۹۰۸۲۳۵۰۱۷۴ \\ \hline ۰۰۸۱۲۲۸۶ \\ ۲۲۰۴۹۰۷۹۳۸ \\ \hline ۲۰۹۰۵۶۵۰ \end{array}$$

ب ضلعك مقدارى حاصل اولور

الامثله

م ب مثلث مستويده م ب = ۴۰۸ = م ۱۱ = ۷۴ ب و =

۲۳ = ۹۰ ضلعين باقين مطلوبدر

م ب ضلعى = ۳۷۱ - ۹ } جواب  
ب ب ضلعى = ۳۷۱ - ۵

م ب مثلث مستويده م ب = ۴۰۸ = م ۷ = ۵۸ ب ۲۲ = ۲۷

ضلعين باقين مطلوبدر

م ب = ۱۵۸ - ۹۸ } جواب  
ب ب = ۳۵۱ - ۳

م ب مثلث مستويده م ب = ۳۱۸ = ب ۹۵ = ۴۰ م ۲۲ = ۴۰

زاويه سى مطلوبدر

۳ = ۴۰ = ۶۱ } جواب  
يا حود = ۱۱۸ = ۱۹ = ۵۷

برمثلث مستويده ايکي ضلع و بينلرنده واقع زاويه معلوم ايکي

مجهولات باقيه سنى استخراج ايتمنك طريققدر مثلام ب

مثلت مستویك م ب ضلعي - ۱۳۷ م و ۱۰۳ م و ۷۰ م  
 = ۱۲ = ۳۳ = ۴۰ اولد یغی معلوم اولد رق مجهولات باقیه سی مطلوب  
 اولسه اولاً اعطا اولنان معلوماتدن مثلث مذکورک زاویتین  
 باقیتینی استخراج ایچون (ماده ۱۰) تحصیل اولنان اشبو  

$$\frac{(\bar{a} + \bar{c})}{\bar{a} - \bar{c}} = \frac{\text{ماس} \frac{1}{2}}{\text{ماس} \frac{1}{2} (\bar{a} + \bar{b})}$$

اشبودستور عکس اولنه رق لغارتیه تلیق اولندقد  
 ل م ماس  $\frac{1}{2} (\bar{a} - \bar{b}) = \text{لع} (\bar{b} - \bar{c}) + \text{ماس} \frac{1}{2} (\bar{a} + \bar{b}) + \text{تمام عددیه ل م} (\bar{b} + \bar{c})$   
 اولوب اشبودستورده بولنان کیات معلومه نك اعطا اولنان قیمتلری  
 محللرینه وضع اولندقد

لع ماس  $\frac{1}{2} (\bar{a} - \bar{b}) = \text{لع} ۱۶ + \text{لع ماس} ۲۴ - ۴۳ = ۶۹ + \text{تمام عددیه ل م} ۱۹$

$$\begin{array}{r} ۱۶۲۰۴۱۳۰۰ \\ ۱۰۴۳۱۴۱۶۰ \\ ۷۰۵۲۷۶۰۲۰ \\ \hline ۶۰۱۷۴۱۶۱۰ \\ ۸۰۲۶۰۳۷ \\ ۶۹۰۴۳۰۲۴ \end{array}$$

زاویه اعظمك مقدار ۷۸۵۱۳۰۰۱ بربریه جمع اولندقد  
 زاویه صغرك مقدار ۴۷۰۱۴۰۱۴ بربردن طرح اولندقد  
 ثانیاً بالاده اعطا اولنان معلومات واقدمجه استخراج اولنان  
 ب زاویه سی واسطه سیله ب ضلعنك استخراجی  
 بوجهله در

جیب ب = ۰.۸۳۷۸ لغارتمه تمام عددی ۰.۰۰۹۲۴۹۳

دفع م = ۱۵۳ ۲۰۱۸۴۶۹۱۲

جیب ا = ۰.۳۳۲۰ لغارتمه سی ۹.۸۱۳۰۱۷۳

ب = ۱۰۱.۶۱۵ ۲.۰۰۰۶۹۵۸۰

الامشاه

م = مثلث مستویده م = ۱۶۳۷ و م = ۲۰۶۰ و بینلرند واقع م زاویه سی

= ۱۲۰.۷۰۱۲ اولوب مثلث مذکورك مجهولات باقیده سی مطلوبدر

$$ب = ۱۲۰.۷۰۱۲ = ۵۲.۳۶$$

$$ا = ۱۰۱.۶۱۵ = ۲۱.۰۰۰۶۹۵۸۰$$

جواب

$$ب = ۲۳۸۷.۹۷۴$$

م = مثلث مستویده م = ۱۶۸۶ و م = ۹۶۰ و بینلرند واقع

ب زاویه سی = ۲۸.۰۰۹ اولوب مثلث مذکورك مجهولات باقیده سی

مطلوبدر

$$م = ۱۰۰.۰۰۰۰۰۰۰۰$$

$$ا = ۱۰۰.۰۰۰۰۰۰۰۰ = ۲۸.۰۰۹$$

جواب

$$م = ۲۲۰۰۳۶۴$$

برمثلث مستوی مختلف الاضلاعك اضلاع ثلثه معلومه سندن

مثلث مذکورك زوایای ثلثه مجهوله سی استخراج ایتمك

طریقیدر مثلث م = مثلث مستویك اضلاع ثلثه معلومه سندن

زوایای ثلثه مجهوله سی استخراج مراد اولنسه (ماده ۳۰) نتیجه



استخراج اولنان اشبو

$$\text{جیب } \frac{1}{4} \text{ م} = \sqrt{\frac{(5-2)(5-3)}{2}}$$

$$\text{تمام جیب } \frac{1}{4} \text{ م} = \sqrt{\frac{(5-2)(5-4)}{2}}$$

$$\text{ماس } \frac{1}{4} \text{ م} = \sqrt{\frac{(5-2)(5-1)}{2}}$$

دستور لرندن هر قنای بری واسطه سیله استخراج اولنه ییلور  
فرضا اولکیسی اولان اشبو

$$\text{جیب } \frac{1}{4} \text{ م} = \sqrt{\frac{(5-2)(5-3)}{2}}$$

دستور موجبنجه زوایای ثلثه مجهوله نك استخراجی مطلوب اولسه  
اولا لغارتمه یه تطبیق اولند قده

$$\text{لع جیب } \frac{1}{4} \text{ م} = \frac{1}{4} \text{ لع } (5-2) + \text{لع } (5-3) + \text{تمام عددیه لع } 5 + \text{تمام عددیه } (5)$$

اولوب اشبو دستورده واقع یکیات معلومه نك اعطا اولنات

قیمتلی محللرینه وضع اولنوب دستورک اشعارا یلدیکی عمل

اجرا اولند قده مطلوب حاصل اولور

مثال

م ب > مثلث مختلف الاضلاعك ثلثه معلومه سندت

م > م ۶ = ب ۲۳ = دره و ب > ۳۷۶ را اولدیغی معلوم اوله ر ق

مثلث مذکورک زوایای ثلثه مجهوء سی مطابوب اولسه

بالاده لغارتمه یه تطبیق اولنان برنجی دستور موجبنجه طریق

استخراجی بو وجهله در

$$\bar{m} = ۱۳۷۲$$

ت = ۶۱۰۰ لغارتمه تمام عددیه سی ۹۲۲۱۸۴۸۷

خ = ۵۲۳ لغارتمه تمام عددیه سی ۹۲۵۷۸۲۵۰

$$\frac{۱۲/۸۹۵}{۵=۶,۴۴۷۵}$$

ت لغارتمه سی ۲۶۵۷۷۹۳۰

خ لغارتمه سی ۲۹۶۵۹۰۶۹

$$\frac{۱۸۰۹۶۳۷۳۶}{۹۰۴۸۱۸۶۸}$$

$$۹۰۴۸۱۸۶۸$$

جیب  $\frac{۱}{۲}م$  = جیب  $۵۰^\circ = ۲۴'$

اشبهه  $۵۰^\circ = ۲۴'$  درجات دقایق و ثوانی تضعیفاً و لندقه

حاصل اولان  $۵۰^\circ = ۴۹'$  یعنی  $۱۲'$  درجه  $۴۹'$  دقیقه  $۵۰'$  ثانیه م

زاویه سنک مقداری اولوب مثلث مذکورک زوایای

باقیه یه سی دخی قدیمه ذکر اولتان اللجنی یا خود الی برنجی

ماده واسطه سیله استخراج اولنورلر

الامثله

برمثلث مستوی مختلف الاضلاع م ت ضلعی = ۱۳۷ وم خ

ضلعی = ۱۵۲ وت ه ضلعی = ۶۱۶ ر ا و لدیغی معلوم اوله رق

مثلث مذکورک زوایای ثلثه سی مطلوبدر

$$م = ۱۲^\circ = ۳۳' = ۴۰''$$

$$ب = ۷۸^\circ = ۱۳^\circ = ۰۲'$$

$$خ = ۶۱^\circ = ۱۳^\circ = ۴۶''$$

جواب

برمثلث مستوی مختلف الاضلاع م ب ضلعی

= ۱۶۸۶۰ ب و ص ضلعی = ۹۶۰ م و ص ضلعی = ۶۶۰۰۰۰۰  
 اولد یغنی معلوم اوله رق مثلك مذکورك ب زاویه سنك  
 مقداری مطلوبدر

جواب ب زاویه سی = ۰۶ = ۱۳۸  
 بر مثلك مختلف الاضلاع اضلاع ثلثه سی و و و اوله رق  
 زوایای ثلثه سی و مطلوبدر

جواب ۳۵ = ۲۴ = ۲۱ و ۱۶ = ۱۶ = ۵ = ۵ = ۵ = ۵  
 مثلثات مستویه نك ارتفاع وما بین مساحه لرینه تطبیق  
 بیانده در

### مسئله

بر نهرك ساحلنده یونان ك مسنه نهرك دیگر ساحلنده  
 رؤیت ایلدیك بر قله نك ارتفاعی بمقدار قدم اولد یغنی  
 استخراج مطلوب ایدرك اولالات ارتفاعیه دن ربع  
 ثلثه سی واسطه سیله ب زاویه سنی یعنی طور د یغنی محل ایله  
 ذكر اولنان قله نك رأس و موقعه وصلی توهم اولنان  
 شعاع لر بیننده کی زاویه نك مقدارینی ۴ = ۵ = ۵ یعنی ۵ درجه  
 ۴ دقیقه مساحه ایدوب بعده شخص مذکور ۱۰ قدم اولان  
 ب م بعدی مقداری اولد یغنی حملدن کی رویه چكله رك م  
 نقطه سنه و اصل اولد قده كالاول اشبوم زاویه سنی  
 دخی مساحه ایدوب بولدیغی ۲۰ = ۳۳ یعنی ۳۳ درجه ۲۰



بو تقدیرجه قله نك ارتقاعی ۱۸۷۳ قدم اولدیغی نمایان اولور

### مسئله ۲

م نقطه سندد بولنان کسنه غیر ممکن الوصول اولان  $\alpha$  نقطه سیله بولندیغی حلك ما بینتی لات مساحه دن برآلت اولیه رق مقدار قدم اولدیغی بلك مطلوب ایتمه نقطه سنه بر شخص نصبا یدوب اشبو نقطه دن  $\bar{m}$  استقامتند ۶۰ قدم اولان  $\bar{m}$  بعدی مقداری کیرویہ چکیلوب بعد مذکور کسنه زمین اوزرنده دیگر برت نقطه سنه نقل ایله كذلك اشبوت نقطه سندن دخی  $\bar{b}$  استقامتند ۸۶

قدم اولان  $\bar{b}$  بعدی مقداری کیرویہ چکیلر حادث اولان  $\bar{m}$   $\bar{b}$  نقطه لری بیننده واقع  $\bar{m}$   $\bar{b}$   $\bar{m}$  بعدی مساحه برله  $\bar{m} = ۳۸$  قدم  $\bar{m} = ۹۷$  قدم  $\bar{b} = ۸۱$

قدم اولدیغی استعلام ایدوب اشبو معلوما تندن بولندیغی م نقطه سیله غیر ممکن الوصول اولان  $\alpha$  نقطه سنك ما بینتی مقدار قدم اولدیغی استخراج ایتمك مطلوب بدر

### حل مسئله

حادث اولان  $\bar{m}$   $\bar{b}$  مثلثنك اضلاع ثلثه سی معلوم اولمغله (ماده ۳۰) دسوری واسطه سیله  $\bar{m}$   $\bar{b}$  زاویه مجهوله سنك استخراجی بوجمله در شویله که

م ب = ۸۱

م ب = ۶۰ لغارتمه تمام عددیه سی ۸۷۸۴۲۲۸

م ب = ۳۸ لغارتمه تمام عددیه سی ۴۶۴۰۲۱۶۴

۸۹ =  $\frac{179}{89}$  لغارتمه سی

۸۰ = م ب لغارتمه سی

تمام جیب  $\frac{1}{4}$  م ب م ب = ۶۰ = ۴۱ = ۴۰

اولوب م م ب = ۲۰ = ۲۰ = ۲۰ = ۱۰۹ و م ب ک = ۳۱ = ۷۰ اولوب  
وینه دستور مذکور م ب مثلثه بوجه اتی تطبیق اولدقه

م ب = ۹۷

م ب = ۸۶ لغارتمه تمام عددیه سی ۱۰۶۰۰۰۱۰

م ب = ۳۸ لغارتمه تمام عددیه سی ۴۶۴۰۲۱۶۴

۲۳۱ = لغارتمه سی

۱۳۰ = لغارتمه سی

تمام جیب  $\frac{1}{4}$  م ب م ب = ۲۹۰۰ = ۴۷

اولوب اشبو ۲۹ = ۴۷ زاویه تضعیف اولدقه ۴۰ = ۴۰ = ۴۰ اولوب

م ب زاویه سنک مقداری اوله اشبو م ب زاویه سنک دخی

متمی اخذ اولدقه ۲۰ = ۸۰ = م ب زاویه سنک مقداری حاصل اولوب

لکن زاویه سی = ۱۸۰ - (م ب + م ب) = ۲۰ = ۴۰ = ۴۰

اولد یغدن م ب مثلثک جمیع زوایا سیله م ب ضلعی معلوم

اوله رق مثلث مذکورک مطلوب اولان م ب ضلعی (ماده ۵۰)

دستوری واسطه سیله بطریق استحصالی بو وجهله در

جیب ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰ تمام عددی سی ۰۳۸۱۰۳۳۰

۳۸ م ۱ لغاریته سی ۱۰۵۷۹۷۸۳۶

۱۱ جیب ۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰ ۸۰۰۰۰۰۰۰۰

۹۰۹۹۸۳۴۷۹

۱۰۹۶۲۱۶۴۵

۱۰۵۷۹۷۸۳۶ لغاریته سی

اولوب مطلوب اولان م ۰ ضلعك مقدارى ۹۰۵۴۷ یعنی

۹۱ قدم و بر قدمك بیک جزئده ۹۷۰ جزئی اولدینی ظاهر اولو

مسئله ۳

ساحل مجرد بر طاع تبه سنده واقع ۶۰ قدم ارتفاعی اولان

قله نك رأسندن روی دریاده لنگر اندازبولنان بر سفینه نك

انخطاط افقیسی اولان ح ط س زوایای ۲۰°؛ اولدینی

مساحه اولنوب وینه موقع قله دن سفینه مذکوره نك

انخطاط افقیسی اولان و س زاویه سی ۲۰°؛ اولدینی

مساحه اولنه رق اشبوا عطا اولنان معلومانده سفینه

م س بعا افقیسیله ذکر اولنان طاعك سطح مجردن ارتفاع

حقیقیسی مطلوب بدر

حل مسئله ۳

چونکه ط ح ب و خطری م س خطنه موازی

اولد قلرندن ط س م زاویه سی ۲۰°؛ و س م زاویه سی

۲۰°؛ اولدینی در حاطر اولنه رق

ط س ب مثلثدن  $\frac{ط س ب}{ط س م} = \frac{ح ب م}{ط س م}$

شکل  
۲۴

وینہ ب س م مثلشدن م س = س ب تمام جیب ب س م اولوب  
 وم ب = س ب جیب ب س م اولدیغندن دستور اولدن س ب  
 کیمینک مساویسی دستور ثانی و ثالثه محلته اقامه اولدق  

$$\begin{array}{r} \text{ب ط جیب م ط س تمام جیب ب س م} \\ \text{جیب ط س ب} \\ \hline \text{م س} = \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{م ب} = \text{ب ط جیب م ط س جیب ب س م} \\ \text{جیب ط س ب} \end{array}$$

اشبودستورین اخیریندن دستورا اول لغارتمه یه وجه اتی  
 اوزره تطبیق اولدق

جیب ط س ب ۵۰ = تمام عددیه سی ۱۸۳۷۳۱۹۲  
 جیب م ط س ۸۰۰۰۸۰  
 تمام جیب ب س م ۲۰۰۰۰۰  

$$\begin{array}{r} \text{ب ط ۶۰ لغارتمه سی} \\ \text{۱۷۷۸۱۵۱۳} \\ \hline \text{م س ۱۰۰۰۰۰ لغارتمه سی} \\ \text{۳۷۶۱۲۸۲۵۰} \end{array}$$

سفینه مذکوره نك مطلوب اولان بعد افقیسی ۱۰۰۰۰۰ قدم  
 اولدنی ظاهر اولور وینه دستور ثانی لغارتمه حسابله عمل اولدق  
 جیب ط س ب ۵۰ = تمام عددیه سی ۱۸۳۷۳۱۹۲  
 جیب م ط س ۸۰۰۰۸۰  
 جیب ب س م ۲۰۰۰۰۰  

$$\begin{array}{r} \text{ب ط ۶۰ لغارتمه سی} \\ \text{۱۷۷۸۱۵۱۳} \\ \hline \text{م ب ۲۸۹۱۲ لغارتمه سی} \\ \text{۲۷۶۱۰۸۴۷} \end{array}$$



بالاده ذکر اولنان طاضك مطلوب اولان ارتفاعی ۲۸۹۱۲ قدم

اولمش اولور

مسئله ۱

اوج میل ارتفاعی اولان برجيك رأسندن مرور وسطی ارضه  
تماس ایدن بر خط مستقیمك انحطاط افقیسی ۲۰۴۳۰۲ یعنی  
۲ درجه ۱۳ دقیقه ۲۷ ثانیه اولدیغی معلوم اولوب کره ارض  
تماما کروی الشکل فرضیله محورینك مقدار میل اولدیغنی استخراج

شکل ۲۰

ایتمك مطلوب بدر

حل مسئله ۱

ونقطه سی مرکز ارض ب م خطی جیل مرقومك ارتفاعی م ه  
خطی دخی سطح ارضه ه نقطه سنده تماس ایدن خط شعاع  
فرض اولنه رق ب د خط تماس آخری رسم اولوب و د و ه  
خطری دخی وصل اولند قد ه ه م ه زاویه انحطاطی معلوم  
اولغین تمامی اولان ب م د زاویه سی دخی معلوم اوله رق  
۳۳۰۴۶۷۸۷ اولمش اولور و کذاب د ه خط تماسری  
بر برینه مساوی اولدیغندن ب و د زاویه سی = د و ه =  $\frac{1}{4}$  تمام  
م =  $\frac{90^{\circ} 46' 33''}{4}$  اولوب ب د و زاویه سی  $\frac{16^{\circ} 33' 48''}{4}$

اولور ایدی م ب د مثلث قائمه الزاویه ده

ب د = م ب تماس م

اولوب و ب د مثلث قائمه الزاویه ده دخی

وب = ب و ماس ب و

اولفله دستور اولدن ب و کیتنک مساویسی دستور  
ثانیده محله اقامه اولند قدّه

وب = م ب ماس م ماس ب و

دستوری حاصل اولوب لغارته واسطه سیله وجه اتی اوزده  
حساب اولند قدّه

۰۷۴۷۷۱۲۱۳

۳ = ب لغارته سی

۱۱۷۱۰۷۳۸۱

ماس م ۱۷۴۶ = ۳۳

۱۱۷۱۱۹۳۰۹

ماس ب و ۱۶ = ۵۳ = ۸۸

۳۰۹۹۷۹۰۳

وب = ۳۹۷۹۱۰ = ۳ لغارته سی

بو تقدیرجه محور کره ارض ۷۹۵۸۳ میل اولد یغنی نمایان اولور  
مستله

شکل  
۲۶

زمین اوزرنده وصولی غیر ممکن اولان م ب نقطه لرینک

بینلرنده واقع ابعاد ثلثه دن م ب = ۴۶۲ قدم م ب = ۳۲۸

قدم ب م = ۲۹۷ قدم اولد یغنی معلوم اولوب نقطه سنده

بولنان کمسنه بولند یغنی محل ابله نقاط ثلثه مذکور

بینلرنده واقع ابعاد ثلثه بی استخراج صمنده م ب زاویه بی

مساحه ایدوب ۲۴ = ۱۶ = ۲ بولفله اشبوا عطا اولنات

معلوماندن م ب و ب بعد لرینک هر بری مقدار قدم

اولد یغنی استخراج ایتنک مطلوبدر

## حل مسئله

چونکه م ب م مثلث مختلف الاضلاعك اضلاع ثلثه سی معلوم اولغله اشبو اضلاع ثلثه معلومه دن م ب زاویه سی استخراج اولنوب منبى اخذ اولند قدده م ب زاویه سی دخی معلوم اولور ب صورتده م ب مثلثدن م زاویه لر یله م ب ضلعی معلوم اوله رق مثلث مذکورك مجهولات باقیه سی استخراج ایله مطلوب حاصل اولور نته که طریق استخراجی ذیرده ارائه اولسنه کر کدر م ب زاویه سنك استخراجی

$$۲۹۷ = م ب$$

$$۷۷۸۴۱۲۶۲ \text{ لغارتمه تمام عددیه سی } ۳۲۸ = م ب$$

$$۷۷۳۳۵۳۵۸۰ \text{ لغارتمه تمام عددیه سی } \frac{۴۶۲}{۱۰۸۷} = م ب$$

$$\frac{۲۷۳۳۳۴۴۷۳}{۲۷۱۱۱۵۷۶} \text{ لغارتمه سی } \frac{۲۱۰۰}{۵۴۳۰}$$

$$\frac{۱۹۷۰۶۴۰۸۹۱}{۱۹۷۰۶۴۰۸۹۱} \text{ لغارتمه سی } ۸۱۵۰$$

$$\frac{۹۷۳۲۰۴۴۵}{۹۷۳۲۰۴۴۵} \text{ جیب } \frac{۱}{۲} م ب ۴۵۴۰۹۰$$

$$= ۲۹۰۴۱۰۲۸ - ۱۸۰ = \text{زاویه سی}$$

$$۳۲ = ۱۴۰۱۱ - \text{اولوب م ب زاویه سی دخی} = ۷۰۳۲۰۹$$

اولور

م و بعدینك استخراجی

جیب د- آ ۲۱۶۰۷۷۰ تمام عددیه سی ۰۳۸۶۰۷۷۰

م ب ۱۶۲ لغارتمه سی ۲۰۶۶۴۶۸۲۱

۱۱ جیب ب- ۰۷۰۳۴۰۵۰ ۹۰۴۲۷۸۶۱۹

م و ۳۰۱٫۱ لغارتمه سی ۲۰۴۷۸۰۸۰۹

بو تقدیرجه د- = م + م = د- ۱۰-۶۲۹ قدم اولور

ب و بعدینک استخراجی

جیب د آ ۲۱۶۰۷۷۰ تمام عددیه سی ۰۳۸۶۰۷۷۰

م ب ۱۶۲ لغارتمه سی ۲۰۶۶۴۶۸۲۰

۱۱ جیب م ۳۴۰۵۱۱ ۹۰۸۰۶۳۲۵۲

ب و ۷۱۹۰۵۲۲ لغارتمه سی ۲۰۸۵۷۰۴۴۲

بوصورتده ابعاد ثلثه مطلوبه دن م بعدی = ۳۰۱٫۱ قدم

د- بعدی = ۱۰-۶۲۹ قدم و د ب بعدی = ۷۱۹۰۵۲۲ قدم

اولدیفی طاهر و اشکار اولور قالدیکه اشبو مثلثات مستوی

ارض اوزرنده عملیات تطبیقی کثیر و مهندسین

حقده منافعی و فیرایسده بو محله بو

قدرجه ایله اکتفا اولنمشدر قد

کل بحث اصول مثلثات

مستویه بعنایه الله

الازلّه الابدیه

۲۴۲ .



